

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНОЇ РЕЦЕПТУРИ СУХОЇ БУДІВЕЛЬНОЇ СУМІШІ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ЗГОРТКИ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ

Проведено пошук Парето-оптимального розв'язку задачі оптимізації рецептури сухої будівельної суміші. Рішення знайдено на основі експериментально-статистичних моделей, побудованих у відношеннях компонентів. Обрано три критерії оптимальності, при адитивній та мультиплікативній згортці яких знайдено точки Парето-оптимальної області рецептур, та серед них обрано технологічно оптимальну рецептуру за додатковим критерієм

Г.О. Статюха

Доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри*
Контактний тел.: (044) 241-76-12
e-mail: kxtp@xtf.ntu-kpi.kiev.ua

Н.Є. Теліцина

Асистент*
Контактний тел.: (044) 241-76-12
e-mail: natashakxtp@mail.ru

Д.М. Складаний

Кандидат технічних наук, доцент*
Контактний тел.: (044) 454-94-01
e-mail: skld@xtf.ntu-kpi.kiev.ua

О.О. Єременко

Студент*
Контактний тел.: (044) 454-94-01
e-mail: kxtp@xtf.ntu-kpi.kiev.ua

*Кафедра кібернетики хіміко-технологічних процесів
Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут"
просп. Перемоги, 37, корпус 4, м. Київ, 03056

1. Вступ

Високий рівень технологічних і експлуатаційних властивостей сучасних споруд потребують створення нових будівельних матеріалів з високою якістю. Причому кількість показників якості може бути достатньо великою і їх значення можуть регламентуватися державними стандартами та встановлюватися споживачами самих матеріалів. Тому завдання проектування рецептур будівельних сумішей багатокритеріальні і для вирішення такого виду завдань потрібно розглядати сукупність критеріїв якості в координатах рецептури суміші.

Одним з найбільш ефективних засобів при рішенні задач ідентифікації і оптимізації складних сумішевих систем в матеріалознавстві є експериментально-статистичне моделювання. У разі побудови адекватних експериментально-статистичних моделей, вважається доцільним проведення на їх основі багатокритерійного пошуку оптимального рішення. Вирішення такої задачі з використанням функції бажаності виконано авторами в [1].

Основою концепцією, що використовується при багатокритеріальній оптимізації, є концепція невідомуючих

точок в просторі розв'язків – множині Парето. Для будь-якої допустимої точки за межами множини Парето, знайдеться така точка множини Парето, в якій значення всіх цільових функцій не гірші, а принаймні однієї цільової функції краще. Отже розв'язок задачі багатокритеріальної оптимізації доцільно шукати в множині Парето, тому що будь-який інший розв'язок буде задалегідь гіршим. Проте, після формування множини Парето задача вважається математично розв'язаною, тобто розв'язки з множини Парето не можна розділити на більш та менш прийнятні. Очевидно, що з практичної точки зору такий підхід потребує доповнення, що дозволило б провести вибір одного ефективного варіанту.

Метою даного дослідження є побудова множини Парето для задачі оптимізації рецептури сухої будівельної суміші і вибір з цієї множини оптимального з практичної точки зору варіанту.

2. Експериментально-статистичне моделювання складу суміші

Метою проведення експериментальних досліджень було одержання сухої будівельної суміші у відповідності до вимог пробного державного стандарту ДСТУ-П Б.В.2.7-128:2006 [2]. Суміш для проведення експерименту в даному дослідженні складалася з цементу М-500 (14,5 ÷ 19% мас. в розчині), піску (67 ÷ 76% мас.), молотого кварцу (до 5% мас.), та модифікуючої добавки (до 0,04% мас.).

На основі даної суміші приготовано розчин для мурування блоками та каменями з природного та штучного матеріалу (МР2). Випробування розчину проводилось за методиками, викладеними в ГОСТ 5802-86 [3]. Показники якості розчину, що визначалися в експерименті: y_1 – густина затверділого розчину, kg/m^3 ; y_2 – границя міцності на розтяг при вигині, МПа; y_3 – границя міцності на стиск, МПа; y_4 – рухомість, см. Розчин прийнято середнім по густині, тому її значення не повинне перевищувати 2000 kg/m^3 . Границя міцності на розтяг при вигині не регламентується вказаним ДСТУ, тому її значення в дослідженні визначено як максимально можливе за умов експерименту. Достатнім значенням міцності на стиск в даному дослідженні прийнято 14 МПа. Крім того, з практичної точки зору рухомість розчину повинна бути максимально можливою і не менша ніж передбачено ДСТУ (5 см.).

Факторами, що варіювалися в експерименті прийняті відношення компонентів [4] (див табл. 1)

Таблиця 1

Фактори, введені в математичні моделі

Позначення	Відношення вмісту в розчині	Середній рівень	Інтервал варіювання
X ₁	піску до цементу	4,38	0,86
X ₂	води до цементу	1,28	0,32
X ₃	добавки модифікуючої до цементу	0,0024	0,0016
X ₄	кварцу молотого до цементу	0,25	0,25

Експериментально-статистичні математичні моделі в дослідженні побудовані у вигляді (1):

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{44}x_4^2 + b_{123}x_1x_2x_3 + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{234}x_2x_3x_4. \tag{1}$$

За результатами регресійного аналізу встановлені оцінки значень коефіцієнтів моделей для всіх показників якості. Їх наведено в табл. 2.

Перевірка значущості одержаних коефіцієнтів в дослідженні не проводилася. За результатами перевірки, всі побудовані експериментально-статистичні моделі визнані адекватними об'єкту дослідження (перевірка проводилася за критерієм Фішера за рівня значущості 0,1).

Таблиця 2

Оцінки значень коефіцієнтів моделей

Коефіцієнти	Параметр оптимізації			
	Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄
b ₀	1643	2,28	3,48	5,92
b ₁	62,09	0,0520	0,843	0,867
b ₂	-192,6	-0,628	-4,58	-2,36
b ₃	-188,8	-0,207	-1,78	0,508
b ₄	-117,3	0,0588	-1,74	-2,87
b ₁₁	-1,180	-0,552	-1,80	1,78
b ₂₂	-207,1	0,444	0,0542	-2,94
b ₃₃	82,18	0,562	3,73	-2,07
b ₄₄	255,8	0,0924	2,31	3,15
b ₁₂₃	126,6	-0,281	-1,31	-0,324
b ₁₂₄	546,6	0,490	6,61	5,54
b ₁₃₄	174,5	-0,0391	1,18	1,04
b ₂₃₄	2,596	0,181	1,26	0,522

3. Особливості розв'язку задачі оптимізації

Одним з методів знаходження Парето-оптимальних розв'язків є перетворення задачі багатокритеріальної оптимізації на задачу однокритеріальної оптимізації шляхом згортки окремих критеріїв оптимальності за адитивним (2) або мультиплікативним підходами [5]:

$$S(\bar{X}) = \sum_{i=1}^n w_i \cdot f_i(\bar{X}), \tag{2}$$

$$S(\bar{X}) = \prod_{i=1}^n f_i(\bar{X})^{w_i}, \sum_{i=1}^n w_i = 1; w_i > 0, i = \overline{1...n} \tag{3}$$

де: $S(\bar{X})$ – функція згортки, \bar{X} – вектор факторів, $f_i(\bar{X})$ – часткові критерії оптимальності, w_i – вагові коефіцієнти критеріїв оптимальності, n – кількість критеріїв оптимальності.

В якості критеріїв оптимальності в даній роботі прийняті пронормовані за формулою (4) значення показників якості:

$$f_i(\bar{X}) = \frac{|\hat{y}_i - y_{i\text{цїл}}|}{y_{i\text{цїл}}}. \tag{4}$$

де $y_{i\text{цїл}}$ – цільові значення показників якості.

Змінюючи вагові коефіцієнти (w_i) одержимо точки множини Парето. Очевидно, що в загальному випадку така множина містить нескінченну кількість точок і з математичної точки зору ніяким чином не можна визначити кращу з них.

В даному дослідженні для пошуку Парето-оптимальних точок згорнуті три критерії оптимальності, розраховані шляхом нормування показників якості y_1, y_2, y_3 . Вагові коефіцієнти цих показників у функції згортки змінювались з кроком 0,1. Четвертий показник якості використаний як критерій відбору точок з одержаної множини Парето.

4. Результати пошуку оптимального складу

Функції згортки, побудовані за формулами (2, 3) оптимізовані чисельним безградієнтним методом з точністю 0,001. Початкова точка для оптимізації визначена за допомогою мультистрату з кроком 0,1. Результати оптимізації функції згортки наведено в табл. 3 і 4. Точки множини Парето, для яких порушені обмеження на значення показників якості з таблиць виключено.

Таким чином, при мультиплікативній згортці критеріїв найкраще значення за всіма чотирма показниками

Таблиця 4

Точки множини Парето (мультиплікативна згортка)

Вагові коефіцієнти			Значення факторів в оптимальній точці				Значення показників якості в оптимальній точці				Функція згортки
w_1	w_2	w_3	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2	y_3	y_4	
0,3	0,5	0,2	1	0,971	-0,909	-0,754	1950,3	3,72	12,75	5,69	0,0171
0,4	0,3	0,3	1	0,954	-1	-0,781	1985,3	3,94	14,00	5,61	0,0075
0,4	0,4	0,2	1	0,985	-1	-0,786	1985,6	3,93	14,00	5,70	0,0182
0,5	0,1	0,4	1	0,954	-1	-0,781	1985,3	3,94	14,00	5,61	0,0030
0,5	0,2	0,3	1	0,985	-1	-0,786	1985,6	3,93	14,00	5,70	0,0076
0,5	0,3	0,2	1	0,985	-1	-0,786	1985,6	3,93	14,00	5,70	0,0146
0,5	0,4	0,1	1	1	-1	-0,789	1985,6	3,92	14,00	5,74	0,0263
0,6	0,1	0,3	1	0,985	-1	-0,786	1985,6	3,93	14,00	5,70	0,0061
0,6	0,2	0,2	1	0,997	-1	-0,750	1950,2	3,85	13,36	5,61	0,0012
0,6	0,3	0,1	1	1	-1	-0,789	1985,6	3,92	14,00	5,74	0,0212
0,7	0,1	0,2	1	0,997	-1	-0,750	1950,2	3,85	13,36	5,61	0,0006

Таблиця 5

Точки множини Парето (адитивна згортка)

Вагові коефіцієнти			Значення факторів в оптимальній точці				Значення показників якості в оптимальній точці				Функція згортки
w_1	w_2	w_3	x_1	x_2	x_3	x_4	y_1	y_2	y_3	y_4	
0,1	0,1	0,8	1	0,842	-1	-0,762	1985,8	4,00	14,00	5,329	0,0162
0,1	0,2	0,7	1	0,842	-1	-0,762	1985,8	4,00	14,00	5,329	0,0304
0,1	0,3	0,6	1	0,843	-1	-0,762	1985,8	4,00	14,00	5,331	0,0447
0,1	0,4	0,5	1	0,843	-1	-0,762	1985,8	4,00	14,00	5,331	0,0589
0,2	0,1	0,7	1	0,842	-1	-0,762	1985,8	4,00	14,00	5,329	0,0180
0,2	0,2	0,6	1	0,842	-1	-0,762	1985,8	4,00	14,00	5,329	0,0322
0,2	0,3	0,5	1	0,842	-1	-0,762	1985,8	4,00	14,00	5,329	0,0464
0,2	0,4	0,4	1	0,686	-1	-0,738	1990,0	4,07	14,00	5,030	0,0551
0,3	0,1	0,6	1	0,842	-1	-0,762	1985,8	4,00	14,00	5,329	0,0198
0,3	0,2	0,5	1	0,842	-1	-0,762	1985,8	4,00	14,00	5,329	0,0340
0,3	0,3	0,4	1	0,686	-1	-0,738	1989,9	4,07	14,00	5,030	0,0444
0,3	0,4	0,3	1	0,686	-1	-0,738	1990,0	4,07	14,00	5,030	0,0571
0,4	0,1	0,5	1	0,842	-1	-0,762	1985,8	4,00	14,00	5,329	0,0216
0,4	0,2	0,4	1	0,683	-1	-0,738	1990,0	4,08	14,00	5,025	0,0337
0,4	0,3	0,3	1	0,683	-1	-0,738	1990,0	4,08	14,00	5,025	0,0464
0,4	0,4	0,2	1	0,686	-1	-0,738	1990,0	4,07	14,00	5,030	0,0592
0,5	0,1	0,4	1	0,826	-1	-0,759	1986,0	4,01	14,00	5,292	0,0233
0,5	0,2	0,3	1	0,683	-1	-0,738	1990,1	4,08	14,00	5,025	0,0357
0,5	0,3	0,2	1	0,683	-1	-0,738	1990,1	4,08	14,00	5,025	0,0484
0,6	0,2	0,2	1	0,679	-1	-0,737	1990,2	4,08	14,00	5,019	0,0377

якості досягається в точці факторного простору: $x_1 = 1$; $x_2 = 1$; $x_3 = -1$; $x_4 = -0,789$. Такі значення відповідають співвідношенню компонентів розчину: цемент 12,67%; пісок 66,38%; вода 20,27%, добавка модифікуюча 0,01%; кварц молотий 0,67%, що в перерахунку на суху суміш складає: цемент 15,89%; пісок 83,26%; добавка модифікуюча 0,013%; кварц молотий 0,84%. При цьому густина розчину після застигання 1985,6 кг/м³, границя міцності на розтяг при вигині 3,92 МПа; на стиск – 14 МПа; рухомість – 5,74 см.

При адитивній згортці критеріїв найкраще значення за всіма чотирма показниками якості досягається в точці факторного простору: $x_1 = 1$; $x_2 = 0,843$; $x_3 = -1$; $x_4 = -0,762$. Такі значення відповідають співвідношенню компонентів розчину: цемент 12,74%; пісок 66,75%; вода 19,74%, добавка модифікуюча 0,01%; кварц молотий 0,76%, що в перерахунку на суху суміш складає: цемент 15,78%; пісок 83,17%; добавка модифікуюча 0,013%; кварц молотий 0,94%. При цьому густина розчину після застигання 1985,8 кг/м³, границя міцності на розтяг при вигині 4 МПа; на стиск – 14 МПа; рухомість – 5,33 см.

Як видно, рецептури сумішей при використанні обох підходів згортки близькі. Як оптимальну доцільно обрати рецептуру, одержану з використанням мультиплікативної згортки. В цьому випадку рухливість розчину дещо вища, при практично однакових значеннях інших показників якості

5. Висновки

Таким чином, в даній роботі використано принцип оптимальності за Парето і запропоновано спосіб відбору найбільш ефективного рішення для оптимізації рецептури сухої будівельної суміші за чотирма показниками її якості. Запропонований підхід до розв'яз-

ку задачі багатокритеріальної оптимізації дав змогу визначити такий її склад, при якому забезпечується висока якість суміші з додержанням вимог державних стандартів. За умови проведення експериментальних досліджень, такий підхід може бути поширений на будівельні суміші різного призначення.

Література:

1. Статюха, Г.А. Оптимизация состава сухой строительной смеси с использованием метода Монте-Карло и функции желательности [Текст] / Г.А. Статюха, Н.Е. Телицына, А.Б. Яменко, И.В. Суруп // Східно-європейський журнал передових технологій. – 2008. – № 1/4(31). – С. 53–56. – Библиогр.: с. 56.
2. Будівельні матеріали. Суміші будівельні сухі модифіковані. Загальні технічні умови [Текст] ДСТУ–П Б В.2.7–126:2006 – [Чинний від 2006–01–10]. – К. : Держспоживстандарт України, 2006. – 220 с. – (Національний стандарт України).
3. Растворы строительные. Методы испытаний [Текст] ГОСТ 5802–86 – [Чинний від 1986–01–07, на зміну ГОСТ 5802–78]. Москва. : Минстрой СССР, 1986. – 17 с. – (Государственный стандарт СССР).
4. Зедгинидзе, И.Г. Планирование эксперимента для исследователя многокомпонентных систем [Текст] / Зедгинидзе И.Г. ; АН СССР, Научный совет по комплексной проблеме Кибернетика, Москва : Наука, 1976. – 390 с. – Библиогр.: с. 384 – 389
5. Семенкин, Е.С. Методы оптимизации в управлении сложными системами [Текст] / Семенкин Е.С. Семенкина О.Э. Терсков В.А. – Красноярск : Сибирский юридический институт МВД РФ, 2000. – 256 с. : ил. – Библиогр. с. 254–255. – ISBN 978–8425– 58–7.