

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ
ТА САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ З ДИСЦИПЛІНИ**

«ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ»

ДЛЯ СТУДЕНТІВ НАПРЯМУ ПІДГОТОВКИ 6.050202

**«АВТОМАТИЗАЦІЯ ТА КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІ
ТЕХНОЛОГІЇ»**

ЧАСТИНА 2

Навчальне електронне видання

Київ 2014

Теорія автоматичного керування: метод. вказівки до викон. лаб. роб.
та самостійної роботи з дисципліни «Теорія автоматичного керування» для
студ. напр. підг. 6.050202 “Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані
технології”. Ч. 2 /Автори: С.Г. Бондаренко, О.В. Сангінова

*Гриф надано Методичною радою ХТФ НТУУ “КПІ”,
протокол № 3 від 24.03.2014 р.*

Навчальне електронне видання

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

**методичні вказівки і завдання до виконання лабораторних
робіт та самостійної роботи з дисципліни «Теорія
автоматичного керування» для студентів напряму
підготовки 6.050202**

**6.050202 “Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані
технології ”**

Частина 2

Автори: Бондаренко Сергій Григорович

Сангінова Ольга Вікторівна

Відповідальний

редактор:

С.Г. Бондаренко, к.т.н., доц.

Рецензент:

В.І. Супрунчук

Зміст

| | |
|---|----|
| Передмова | 5 |
| Лабораторна робота № 1. Частотні характеристики елементів САР | 6 |
| 1.1. Короткі теоретичні відомості..... | 6 |
| 1.2. Опис лабораторних засобів та обладнання..... | 25 |
| 1.3. Заходи безпеки під час виконання лабораторної роботи..... | 25 |
| 1.4. Послідовність виконання роботи..... | 25 |
| 1.5. Обробка та аналіз результатів. Оформлення звіту | 25 |
| Контрольні завдання та запитання | 26 |
| Лабораторна робота № 2. Частотні характеристики замкнених і розімкнених САР | 27 |
| 2.1. Короткі теоретичні відомості..... | 27 |
| 2.2. Опис лабораторних засобів та обладнання..... | 35 |
| 2.3. Заходи безпеки під час виконання лабораторної роботи..... | 35 |
| 2.4. Послідовність виконання роботи..... | 36 |
| 2.5. Обробка та аналіз результатів. Оформлення звіту | 36 |
| Контрольні завдання та запитання | 37 |
| Лабораторна робота № 3. Дослідження стійкості систем автоматичного регулювання. Критерій стійкості Найквіста..... | 38 |
| 3.1. Короткі теоретичні відомості..... | 38 |
| 3.2. Опис лабораторних засобів та обладнання..... | 44 |
| 3.3. Заходи безпеки під час виконання лабораторної роботи..... | 44 |
| 3.4. Послідовність виконання роботи..... | 44 |
| 3.5. Обробка та аналіз результатів. Оформлення звіту | 45 |
| Контрольні завдання та запитання | 45 |
| Лабораторна робота № 4. Аналіз якості процесу регулювання | 46 |
| 4.1. Короткі теоретичні відомості..... | 46 |
| 4.2. Опис лабораторних засобів та обладнання..... | 54 |
| 4.3. Заходи безпеки під час виконання лабораторної роботи..... | 54 |

| | |
|--|----|
| 4.4. Послідовність виконання роботи..... | 54 |
| 4.5. Обробка та аналіз результатів. Оформлення звіту | 55 |
| Контрольні завдання та запитання | 55 |
| Література | 56 |
| Додаток А. Заходи безпеки під час виконання лабораторних робіт..... | 58 |
| ІНСТРУКЦІЯ з техніки безпеки при навчанні студентів на ПЕОМ в учбових лабораторіях кафедри кібернетики хіміко-технологічних процесів хіміко-технологічного факультету | 58 |
| ІНСТРУКЦІЯ про міри пожежної безпеки у лабораторіях, учбових та робочих приміщеннях кафедри кібернетики хіміко-технологічних процесів хіміко-технологічного факультету | 60 |

Передмова

Методичні вказівки розроблено відповідно до програми підготовки бакалаврів за напрямом «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Дисципліна «Теорія автоматичного керування» відноситься до циклу професійної та практичної підготовки і є базовою у підготовці бакалаврів вказаного напрямку.

Робота студента над учбовим матеріалом з кредитних модулів дисципліни: «Теорія автоматичного керування 1. Лінійні системи», «Теорія автоматичного керування 2. Особливі види систем» складається з наступних видів робіт: вивчення матеріалу по навчальних посібниках і підручниках; відвідування лекцій та практичних занять; виконання лабораторних робіт; написання модульних контрольних робіт; виконання та захист розрахунково-графічної роботи; виконання та захист домашньої контрольної роботи; індивідуальні консультації; здача екзаменів. При цьому значна частина часу відводиться на самостійну роботу.

Представлені матеріали мають за мету сформувати на основі знань, що отримані в процесі вивчення дисципліни «Теорія автоматичного керування», здатність до використання професійно-профільованих знань для розробки та аналізу систем автоматичного керування, здатність проводити дослідження систем з метою їх удосконалення та інтенсифікації роботи при розрахунках систем автоматичного регулювання (САР). Надані теоретичні відомості сприятимуть засвоєнню матеріалу курсу та можуть бути використані під час виконання курсових проектів та робіт, запланованих у дисциплінах професійного циклу, та у дипломному проектуванні.

Дане видання призначено для надання допомоги студентам денної форми навчання напряму 6.050202 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» у вивченні зазначених вище кредитних модулів дисципліни «Теорія автоматичного керування». З цією метою у даному виданні наведений перелік тем, які студент повинен вивчити, за матеріалами яких виконується лабораторні роботи, надані методичні вказівки з виконання цих робіт, наведені основні теоретичні положення з ілюстрацією на конкретних прикладах. Методичні вказівки містять завдання для лабораторних робіт, вимоги до оформлення звіту і контрольні питання для самопідготовки студентів.

В частині 2 запропонованих методичних вказівок розглядається матеріал дисципліни: «Теорія автоматичного керування» призначений для кредитного модуля «Особливі види систем».

Лабораторна робота № 1

Частотні характеристики елементів САР

Мета та основні завдання: Дослідити процес отримання частотних характеристик елементів системи автоматичного керування та системи в цілому. Набути вмінь побудови та аналізу частотних характеристик.

Завдання¹. Вивчити поняття частотних характеристик, амплітудно-частотної характеристики (АЧХ), фазово-частотної характеристики (ФЧХ), амплітудно-фазової характеристики (АФХ), а також реально-частотної і уявно-частотної характеристик. Розглянути форми представлення АФХ і формули зв'язку між частотними характеристиками системи автоматичного регулювання; частотні характеристики типових ланок САР.

1.1. Короткі теоретичні відомості

Частотними характеристиками називаються формули і графіки, що характеризують реакцію ланки на синусоїдальний вхідний вплив в усталеному режимі, тобто вимушені синусоїдальні коливання ланки.

Якщо на вхід лінійного елемента подати гармонічний вплив – синусоїдальні коливання з частотою ω , амплітудою $A_{\text{вх}}$ і початковою фазою $\varphi_1(\omega)$ – $x_{\text{вх}}(t) = A_{\text{вх}} \sin[\omega t + \varphi_1(\omega)]$, то після закінчення певного часу на виході отримаємо також синусоїдальні коливання, однак з іншою амплітудою $A_{\text{вих}}$ і фазою $\varphi_2(\omega)$, але тієї ж частоти – $x_{\text{вих}}(t) = A_{\text{вих}} \sin [\omega t + \varphi_2(\omega)]$.

При різних значеннях ω відношення амплітуд $A(\omega)$ вихідного $A_{\text{вих}}$ і вхідного $A_{\text{вх}}$ коливань ($A_{\text{вих}}/A_{\text{вх}}$), а також різниця фаз $\varphi(\omega) = \varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega)$ мають різні значення.

¹Відповіді на зазначені теоретичні питання занести в протокол при підготовці до виконання лабораторної роботи.

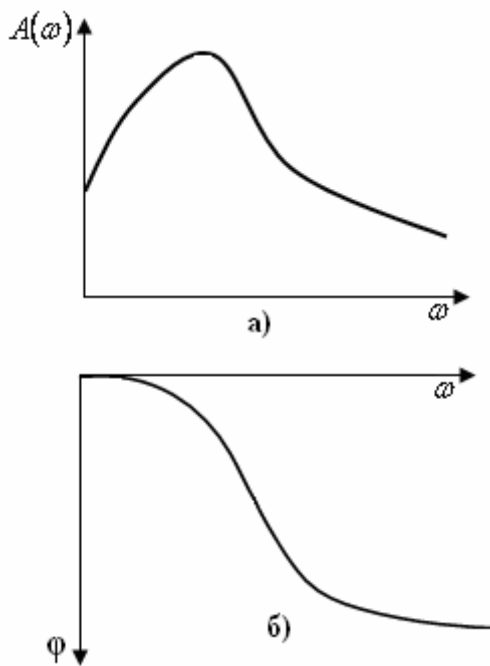


Рис.1.1 Амплітудно-частотна і фазово-частотна характеристики

Амплітудно-частотна характеристика (АЧХ) – це залежність відношення амплітуд вихідного сигналу до вхідного від частоти (рис.1.1-а):

$$A(\omega) = \frac{A_{вих}}{A_{вх}} \quad (1.1)$$

Фазово-частотна характеристика (ФЧХ) – це графік залежності зсуву фаз між вихідним та вхідним сигналами від частоти (рис.1.1-б), або це графік залежності фази вихідного сигналу від частоти, якщо фаза вхідного сигналу прийнята нульовою:

$$\varphi(\omega) = \varphi_2(\omega) - \varphi_1(\omega) .$$

Вихідний сигнал, як правило, відстає від вхідного. Тому для більшості систем чи окремих ланок ФЧХ приймає від’ємні значення. Максимальний зсув фаз має значення, кратні 90° . Як правило, амплітудно-частотну та фазово-частотну характеристики будують разом одну під одною, так, щоб масштаби по осі частот були однаковими, як це показано на рис.1.1.

На комплексній площині ці дві характеристики можна сумістити так як показано на рис.1.2.

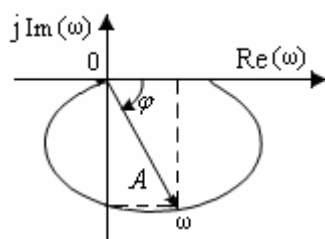


Рис.1.2 Амплітудно-фазова характеристика

Побудуємо вектор, довжина якого дорівнює значенню амплітудно-частотної характеристики $A = A(\omega)$, а положення в просторі визначається амплітудно-фазовою характеристикою $j(\omega)$. При зміні частоти ω від 0 до $+\infty$ кінець вектора $W(j\omega)$

описує на комплексній площині деяку криву (годограф), яка є амплітудно-фазовою характеристикою. При зміні частоти ω від $-\infty$ до 0 годограф

симетричний відносно осі абсцис. Амплітудно-фазова характеристика (АФХ) встановлює зв'язок між параметрами вхідного і вихідного коливань.

Формально АФХ може бути отримана з передавальної функції заміною p на jw .

АФХ є комплексною функцією частоти і як комплексне число може бути записано в трьох формах:

- у вигляді дійсної та уявної частин $W(jw) = \text{Re}(w) + j \text{Im}(w)$;
- в показниковій формі $W(jw) = A(w)e^{j\varphi(w)}$;
- в тригонометричній формі $W(jw) = A(w)[\cos \varphi(w) + j \sin \varphi(w)]$,

де $\text{Re}(w)$ – дійсна частина; $\text{Im}(w)$ – уявна частина.

Залежність дійсної частини $\text{Re}(w)$ від частоти називають дійсною частотною характеристикою, а уявної частини $\text{Im}(w)$ від частоти – уявною частотною характеристикою.

Між наведеними частотними характеристиками існує однозначний зв'язок.

$$W(jw) = \text{Re}(w) + j \text{Im}(w);$$

$$A(w) = |W(jw)| = \sqrt{\text{Re}^2(w) + \text{Im}^2(w)};$$

$$\varphi(w) = \arg W(jw) = \arctg \frac{\text{Im}(w)}{\text{Re}(w)};$$

$$\text{Re}(w) = A(w) \cos \varphi(w);$$

$$\text{Im}(w) = A(w) \sin \varphi(w).$$

Цей зв'язок визначається з прямокутного трикутника (рис. 1.2).

При цьому, амплітудно-частотна характеристика $A(\omega)$ – за своєю сутністю є модулем АФХ – $W(j\omega)$, а фазо-частотна характеристика, що визначає зсув по фазі $\varphi(\omega)$ є аргументом АФХ – $W(j\omega)$.

Для побудови годографа АФХ необхідно підставити в передавальну функцію $p = jw$, представити АФХ у вигляді $W(jw) = \text{Re}(w) + j \text{Im}(w)$, протабулювати $\text{Re}(w)$ та $\text{Im}(w)$ для частот ω від 0 до $+\infty$ і виконати побудову.

Частотні характеристики також можуть бути отримані експериментальним шляхом і мають велике значення для дослідження частотних властивостей динамічних ланок.

Безінерційна (підсилювальна) ланка

Рівняння ланки: $y = kx$, де: k – коефіцієнт передачі.

Передавальна функція ланки: $W(p) = k$.

Отримаємо АФХ ланки (підставимо в передавальну функцію $p = j\omega$):

$$W(j\omega) = k = k + j0.$$

Частотні характеристики ланки:

$$\operatorname{Re}(w) = k, \operatorname{Im}(w) = 0, A(w) = k, j(w) = 0.$$

Графік АФХ ланки наведений на рис. 1.3.

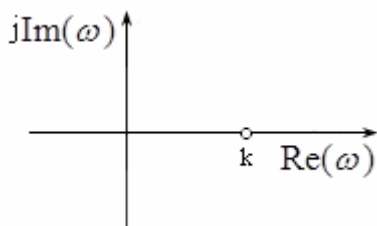


Рис. 1.3. Годограф АФХ підсилювальної ланки

Годограф АФХ для підсилювальної ланки – це точка на додатній дійсній вісі $\operatorname{Re}(w) = k$. З частотних характеристик видно, що при проходженні сигналу через підсилювальну ланку, його амплітуда збільшується в k разів на всіх частотах і при цьому відсутній зсув по фазі.

Інтегруюча ланка (ідеальна)

Рівняння ланки має вигляд: $y' = \varepsilon \cdot x$, де ε – коефіцієнт передачі.

Передавальна функція ланки: $W(p) = \frac{\varepsilon}{p}$.

Отримаємо АФХ ланки (підставимо в передавальну функцію $p = j\omega$):

$$W(j\omega) = \frac{\varepsilon}{j\omega} = -j \frac{\varepsilon}{\omega} = 0 - j \frac{\varepsilon}{\omega}.$$

Частотні характеристики ланки:

$$\operatorname{Re}(w) = 0, \operatorname{Im}(w) = -\frac{\varepsilon}{\omega}, A(w) = \frac{\varepsilon}{\omega}, j(w) = -\frac{p}{2}.$$

Графік АФХ ланки наведений на рис. 1.4.

Годограф АФХ для інтегруючої ланки – це від’ємна половина уявної осі ($0 \leq \omega \leq \infty$). З частотних характеристик видно, що інтегруюча ланка зменшує амплітуду вихідного сигналу по мірі збільшення частоти вхідних коливань і при цьому незалежно від частоти вхідних коливань вихідні коливання зсунуті по фазі в бік відставання на $-\pi/2$.

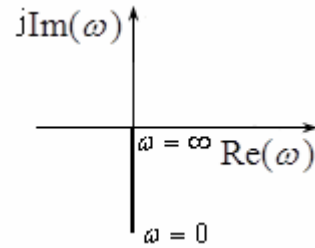


Рис. 1.4. Годограф АФХ ідеальної інтегруючої ланки

Аперіодична ланка першого порядку

Рівняння ланки має вигляд: $Ty' + y = kx$, де T – постійна часу, яка визначає інерційність ланки; k – коефіцієнт передачі.

Передавальна функція ланки: $W(p) = \frac{k}{Tp + 1}$.

Отримаємо АФХ ланки (підставимо в передавальну функцію $p = j\omega$):

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + jT\omega} = \frac{k(1 - jT\omega)}{1 + T^2\omega^2} = \frac{k}{1 + T^2\omega^2} - j \frac{kT\omega}{1 + T^2\omega^2}.$$

Частотні характеристики ланки:

$$\text{Re}(W) = \frac{k}{1 + T^2\omega^2}, \quad \text{Im}(W) = -\frac{kT\omega}{1 + T^2\omega^2}, \quad A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1 + T^2\omega^2}}, \quad \varphi(\omega) = -\arctg T\omega.$$

Графік АФХ ланки наведений на рис. 1.5.

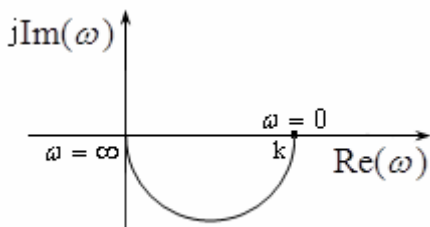


Рис. 1.5. Годограф АФХ аперіодичної ланки першого порядку

Годограф АФХ для аперіодичної ланки першого порядку знаходиться у четвертому квадранті і представляє собою півколо радіуса $k/2$. З частотних характеристик видно, що зі збільшенням частоти вхідних коливань, амплітуда вихідних коливань в аперіодичній ланці першого порядку буде зменшуватися, а зсув по фазі збільшуватися в бік відставання (максимальний зсув по фазі буде становити $-\pi/2$).

Диференціювальна ланка (ідеальна)

Рівняння ланки має вигляд: $y = kx'$, де k – коефіцієнт передачі.

Передавальна функція ланки: $W(p) = kp$.

Отримаємо АФХ ланки (підставимо в передавальну функцію $p = j\omega$):

$$W(j\omega) = jk\omega = 0 + jk\omega.$$

Частотні характеристики ланки:

$$\operatorname{Re}(w) = 0, \operatorname{Im}(w) = k\omega, A(w) = k\omega, \varphi(w) = \frac{\pi}{2}.$$

Графік АФХ ланки наведений на рис. 1.6.

Годограф АФХ для інтегруючої ланки – це додатна половина уявної осі ($0 \leq \omega \leq \infty$). З частотних характеристик видно, що інтегруюча ланка збільшує амплітуду вихідного сигналу по мірі збільшення частоти вхідних коливань і при цьому незалежно від частоти вхідних коливань вихідні коливання зсунуті по фазі в бік випередження на $\pi/2$.

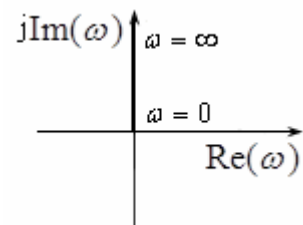


Рис. 1.6. Годограф АФХ ідеальної диференціювальної ланки

Реальна диференціювальна ланка

Рівняння ланки має вигляд: $Ty' + y = kTx'$, де T – постійна часу; k – коефіцієнт передачі.

$$\text{Передавальна функція ланки: } W(p) = \frac{kTp}{Tp + 1}.$$

Отримаємо АФХ ланки (підставимо в передавальну функцію $p = j\omega$):

$$W(j\omega) = \frac{kjT\omega}{1 + jT\omega} = \frac{k(1 - jT\omega) \cdot jT\omega}{1 + (T\omega)^2} = k \frac{(T\omega)^2}{1 + (T\omega)^2} + jk \frac{T\omega}{1 + (T\omega)^2}.$$

Частотні характеристики ланки:

$$\operatorname{Re}(w) = \frac{k(T\omega)^2}{1 + (T\omega)^2}, \operatorname{Im}(w) = \frac{kT\omega}{1 + (T\omega)^2}, A(w) = \frac{kT\omega}{\sqrt{1 + (T\omega)^2}}, \varphi(w) = \frac{\pi}{2} - \arctg(T\omega).$$

Графік АФХ ланки наведений на рис. 1.7.

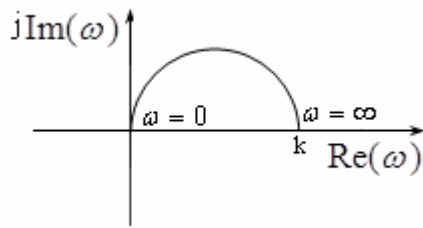


Рис. 1.7. Годограф АФХ реальної диференціовальної ланки

Годограф АФХ для реальної диференціовальної ланки знаходиться у першому квадранті і представляє собою півколо радіуса $k/2$. З частотних характеристик видно, що зі збільшенням частоти вхідних коливань, амплітуда вихідних коливань в реальній диференціовальній ланці буде збільшуватися, а зсув по фазі зменшуватися в бік випередження (максимальний зсув по фазі буде становити $\pi/2$).

Реальна диференціовальна ланка тільки в області низьких частот наближається за своїми властивостями до ідеальної диференціальної ланки, а зі збільшенням частоти ланка втрачає властивості, що характерні диференціальним ланкам, і набуває властивість підсилювальної ланки.

Інтегро-диференціовальна ланка

Рівняння ланки має вигляд: $T_2 y' + y = k(T_1 x' + x)$, де T_1, T_2 – постійні часу; k – коефіцієнт передачі.

Передавальна функція ланки: $W(p) = k \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}$.

Отримаємо АФХ ланки (підставимо в передавальну функцію $p = jw$):

$$W(jw) = k \frac{1 + jT_1 w}{1 + jT_2 w} = k \frac{(1 + jT_1 w)(1 - jT_2 w)}{1 + (T_2 w)^2}$$

Позначимо: $a = \frac{T_1}{T_2}$. Тоді $T_1 = aT_2$.

$$W(jw) = k \frac{(1 + jT_1 w)(1 - jT_2 w)}{1 + (T_2 w)^2} = k \frac{1 + a(T_2 w)^2}{1 + (T_2 w)^2} - jk \frac{T_2 w(1 - a)}{1 + (T_2 w)^2}$$

Частотні характеристики ланки:

$$\text{Re}(w) = k \frac{1 + a(T_2 w)^2}{1 + (T_2 w)^2}, \quad \text{Im}(w) = -k \frac{T_2 w(1 - a)}{1 + (T_2 w)^2}$$

$$A(w) = \sqrt{\operatorname{Re}^2(w) + \operatorname{Im}^2(w)};$$

$$j(w) = \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}(w)}{\operatorname{Re}(w)}.$$

Графік АФХ ланки наведений на рис. 1.8.

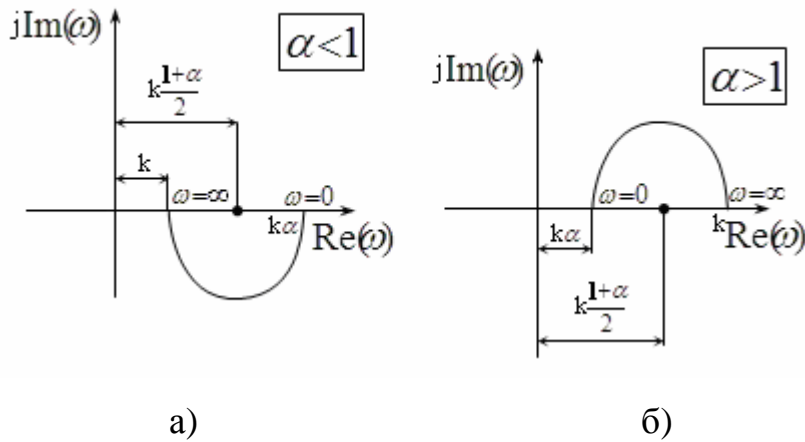


Рис. 1.8. Годограф АФХ інтегро-диференціовальної ланки

Годограф АФХ для інтегро-диференціовальної може мати два варіанти побудови:

1) годограф АФХ для інтегро-диференціовальної ланки знаходиться у четвертому квадранті (рис. 1.8-а) і представляє собою півколо радіуса $k/2$ (при $a < 1$). В цьому випадку $T_1 < T_2$ і ланка за своїми властивостями наближається до інтегруючої ланки;

2) годограф АФХ для ланки інтегро-диференціовальної знаходиться у першому квадранті (рис. 1.8-б) і представляє собою півколо радіуса $k/2$ при (при $a > 1$). В цьому випадку $T_1 > T_2$ і ланка за своїми властивостями наближається до диференціовальної ланки.

Ланки другого порядку

Диференціальне рівняння, що описує ланки другого порядку має вигляд: $a_2 y'' + a_1 y' + y = kx$, (1.2)

де a_1, a_2 – коефіцієнти; k – коефіцієнт передачі.

Аперіодична і коливальна ланки другого порядку описуються однаково і мають однакові за виглядом передавальні функції і частотні характеристики.

$$\text{Передавальна функція ланок: } W(p) = \frac{k}{a_2 p^2 + a_1 p + 1}.$$

Отримаємо АФХ ланок (підставимо в передавальну функцію $p = j\omega$):

$$W(j\omega) = \frac{k}{-a_2\omega^2 + a_1j\omega + 1} = \frac{k}{(1 - a_2\omega^2) + ja_1\omega} = \frac{k[(1 - a_2\omega^2) - ja_1\omega]^2}{(1 - a_2\omega^2)^2 + (a_1\omega)^2}.$$

Частотні характеристики ланок:

$$\operatorname{Re}(w) = k \frac{1 - a_2\omega^2}{(1 - a_2\omega^2)^2 + (a_1\omega)^2}, \quad \operatorname{Im}(w) = -\frac{ka_1\omega}{(1 - a_2\omega^2)^2 + (a_1\omega)^2},$$

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - a_2\omega^2)^2 + (a_1\omega)^2}}, \quad \varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{a_1\omega}{1 - a_2\omega^2}.$$

Графіки АФХ ланок наведені на рис. 1.9.

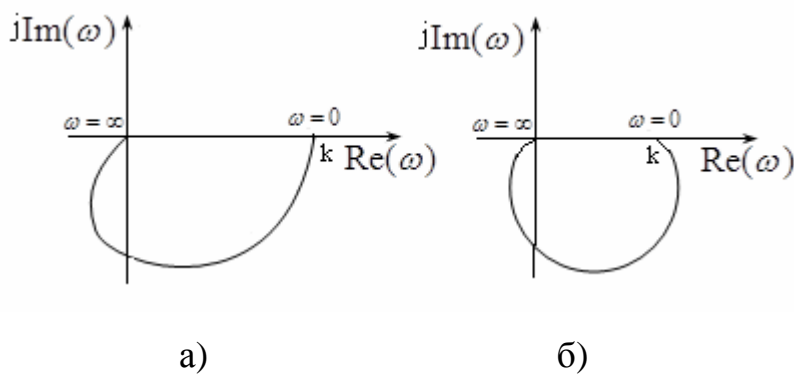


Рис. 1.9. Годограф АФХ аперіодичної (а) і коливальної (б) ланок II порядку

Годографи АФХ для аперіодичної (рис. 1.9-а) і коливальної (рис. 1.9-б) ланок знаходяться у четвертому квадранті. З частотних характеристик видно, що зі збільшенням частоти вхідних коливань, амплітуда вихідних коливань в аперіодичній ланці другого порядку буде зменшуватися, а зсув по фазі збільшуватися в бік відставання (максимальний зсув по фазі буде становити $-\pi$).

Консервативна ланка

Консервативна ланка описується диференціальним рівнянням виду:

$$a_2 y'' + y = kx. \text{ Вона є окремим випадком коливальної ланки.}$$

$$\text{Передавальна функція ланки: } W(p) = \frac{k}{a_2 p^2 + 1}.$$

Отримаємо АФХ ланки (підставимо в передавальну функцію $p = j\omega$):

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 - a_2\omega^2} = \frac{k}{1 - a_2\omega^2} + j0.$$

Частотні характеристики ланки:

$$\operatorname{Re}(w) = \frac{k}{1 - a_2 w^2}, \operatorname{Im}(w) = 0, A(w) = \frac{k}{|1 - a_2 w^2|}, j(w) = \begin{cases} 0, \text{ при } w < \frac{1}{\sqrt{a_2}} \\ \pm p, \text{ при } w > \frac{1}{\sqrt{a_2}} \end{cases}$$

Графік АФХ ланки наведений на рис. 1.10.

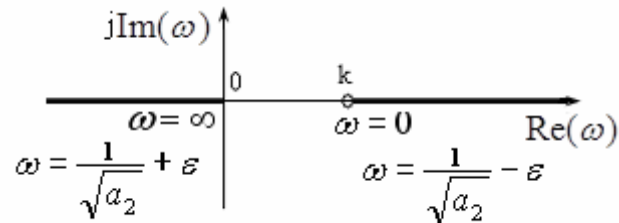


Рис. 1.10. Годограф АФХ консервативної ланки

Варто співставити амплітудно-частотні характеристики ланок другого порядку.

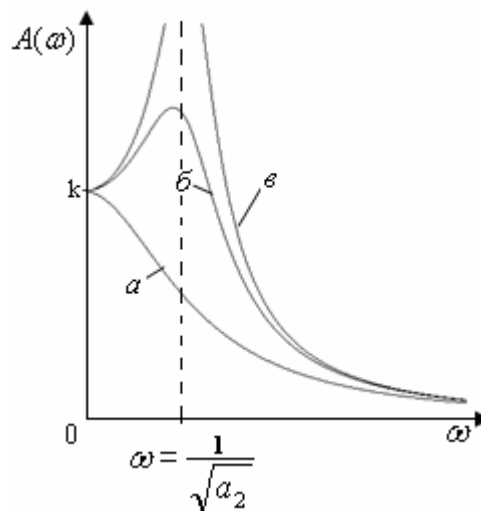


Рис. 1.11. Амплітудно-частотні характеристики ланок другого порядку: аперіодичної другого порядку (а), коливної (б) та консервативної (в).

Ланка чистого (транспортного) запізнювання

Рівняння ланки має вигляд: $y(t) = x(t - t_s)$, де t_s – час чистого запізнювання.

Передавальна функція ланки: $W(p) = e^{-pt_s}$.

Отримаємо АФХ ланки (підставимо в передавальну функцію $p = jw$):

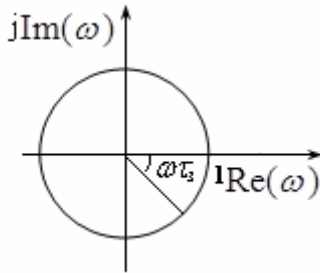
$$W(jw) = e^{-jw t_s} = \cos(w t_s) - j \sin(w t_s).$$

Частотні характеристики ланки:

$$\operatorname{Re}(w) = \cos(\omega t_s), \operatorname{Im}(w) = -\sin(\omega t_s), A(w) = 1, j(w) = -\omega t_s.$$

Із запису $W(j\omega) = e^{-j\omega t_s}$ видно, що $W(j\omega)$ – це коло одиничного радіусу з центром у початку координат.

Графік АФХ ланки наведений на рис. 1.12.



Годограф АФХ для інтегруючої ланки – це коло одиничного радіусу з центром на початку координат. З частотних характеристик видно, що при проходженні сигналу через ланку чистого запізнювання амплітуда вихідного

сигналу не змінюється, але збільшується зсув ланки чистого запізнювання по фазі в бік відставання.

Причому зі зростанням частоти відставання по фазі вихідних коливань відносно вхідних збільшується.

Частотні характеристики елементів системи, опис яких відрізняється від опису розглянутих ланок, можна отримати аналогічно.

Частотні характеристики регуляторів

П-регулятор. Рівняння регулятора аналогічне рівнянню підсилювальної ланки: $y = kx$, де: k – коефіцієнт передачі.

Передавальна функція регулятора і частотні характеристики аналогічні.

Годограф АФХ П-регулятора виглядає, як годограф АФХ підсилювальної ланки (рис. 1.3).

І-регулятор. Рівняння регулятора аналогічне рівнянню ідеальної інтегруючої ланки і має вигляд: $y' = \varepsilon \cdot x$, де ε – коефіцієнт передачі.

Передавальна функція регулятора і частотні характеристики аналогічні.

Д- регулятор. Рівняння регулятора аналогічне рівнянню диференціувальної ланки. Годограф АФХ Д-регулятора виглядає, як

годограф АФХ диференціовальної ланки (рис. 1.6). Але сам по собі Д-регулятор не застосовується внаслідок відсутності реакції на постійний сигнал.

ІІ-регулятор. Рівняння ІІ-регулятора має вигляд: $m = k(e + \frac{1}{T_u} \int_0^t e dt)$, де T_u – постійна часу; k – коефіцієнт передачі; e – сигнал неузгодження, що подається на вхід регулятора; μ – регулюючий вплив на виході регулятора.

Рівняння можна записати: $m' = ke' + \frac{k}{T_u} e$.

Передавальна функція ІІ-регулятора: $W(p) = k(1 + \frac{1}{T_u p})$.

Отримаємо АФХ ІІ-регулятора (підставимо в передавальну функцію $p = j\omega$):

$$W(j\omega) = k(1 + \frac{1}{jT_u \omega}) = k(1 - j \frac{1}{T_u \omega}).$$

Частотні характеристики ІІ-регулятора:

$$\text{Re}(w) = k, \quad \text{Im}(w) = -\frac{k}{T_u \omega}.$$

Графік АФХ ІІ-регулятора наведений на рис. 1.13.

Годограф АФХ ІІ-регулятора представляє собою пряму, що розташована в четвертому квадранті перпендикулярно дійсній вісі на комплексній площині, яка зсунута на величину k від початку координат.

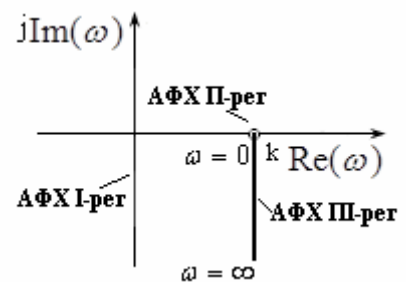


Рис. 1.13. Годограф АФХ ІІ-регулятора

ІД-регулятор. Рівняння ІД-регулятора має вигляд: $m = k(e + T_{np} e')$, де T_{np} – постійна часу; k – коефіцієнт передачі; e – сигнал неузгодження, що подається на вхід регулятора; μ – регулюючий вплив на виході регулятора.

Передавальна функція ПД-регулятора: $W(p) = k(1 + jT_{np}w)$.

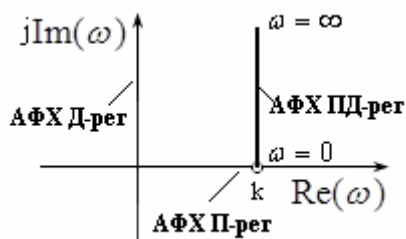
Отримаємо АФХ ПД-регулятора (підставимо в передавальну функцію $p = jw$):

$$W(jw) = k(1 + jT_{np}w).$$

Частотні характеристики ПД-регулятора:

$$\text{Re}(w) = k, \quad \text{Im}(w) = T_{np}w.$$

Графік АФХ ПД-регулятора наведений на рис. 1.14.



Годограф АФХ ПД-регулятора представляє собою пряму, що розташована в першому квадранті перпендикулярно дійсній вісі на комплексній площині, яка зсунута на величину k від початку координат.

Рис. 1.14. Годограф АФХ ПД-регулятора

ПІД-регулятор. Рівняння ПІД-регулятора має вигляд:

$$m = k\left(e + \frac{1}{T_u} \int_0^t e dt + T_{np} e'\right), \text{ де } T_u, T_{np} - \text{постійні часу; } k - \text{коефіцієнт передачі; } e$$

– сигнал неузгодження, що подається на вхід регулятора; μ – регулюючий вплив на виході регулятора. Рівняння Можна записати:

$$m' = ke' + \frac{k}{T_u} e + T_{np} e''.$$

Передавальна функція ПІД-регулятора: $W(p) = k\left(1 + \frac{1}{T_u p} + T_{np} p\right)$.

Отримаємо АФХ ПІД-регулятора (підставимо в передавальну функцію $p = jw$):

$$W(jw) = k\left(1 + \frac{1}{jT_u w} + jT_{np} w\right) = k\left[1 + j\left(T_{np} w - \frac{1}{T_u w}\right)\right].$$

Частотні характеристики ПІД-регулятора:

$$\text{Re}(w) = k, \quad \text{Im}(w) = k\left(T_{np} w - \frac{1}{T_u w}\right).$$

Графік АФХ ПІД-регулятора наведений на рис. 1.15.

Годограф АФХ ПІД-регулятора представляє собою пряму, що розташована в першому і четвертому квадрантах перпендикулярно дійсній вісі на комплексній площині, яка зсунута на величину k від початку координат.

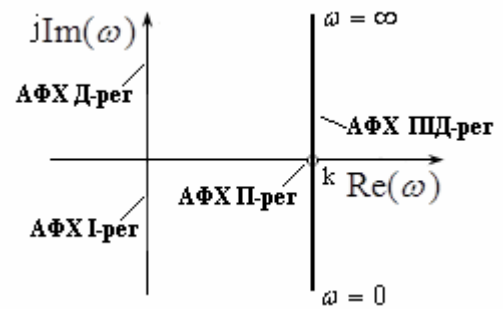


Рис. 1.15. Годограф АФХ ПІД-регулятора

Приклад 1.1

Визначити частотні характеристики $[W(j\omega), \text{Re}(\omega), \text{Im}(\omega), A(\omega), \varphi(\omega)]$ ланки системи автоматичного керування, передавальна функція якої має вид:

$$W(p) = \frac{2,8}{p^2 + 3p + 2}.$$

Отримаємо АФХ ланки (підставимо в передавальну функцію $p = j\omega$).

$$\text{АФХ: } W(j\omega) = \frac{2,8 \cdot [(2 - \omega^2) - j \cdot 3\omega]}{(2 - \omega^2)^2 + (3\omega)^2}.$$

Знайдемо інші частотні характеристики:

$$\text{Re}(\omega): \text{Re}(w) = \frac{2,8 \cdot (2 - \omega^2)}{(2 - \omega^2)^2 + (3\omega)^2};$$

$$\text{Im}(\omega): \text{Im}(w) = \frac{-2,8 \cdot 3\omega}{(2 - \omega^2)^2 + (3\omega)^2} = \frac{-8,4\omega}{(2 - \omega^2)^2 + (3\omega)^2};$$

$$A(\omega): A(\omega) = \frac{2,8}{\sqrt{(2 - \omega^2)^2 + (3\omega)^2}};$$

$$\varphi(\omega): \varphi(\omega) = -\text{arctg} \frac{3\omega}{(2 - \omega^2)}.$$

Побудуємо АФХ ланки в середовищі MS Excel. Годограф АФХ наведено на рис. 1.16.

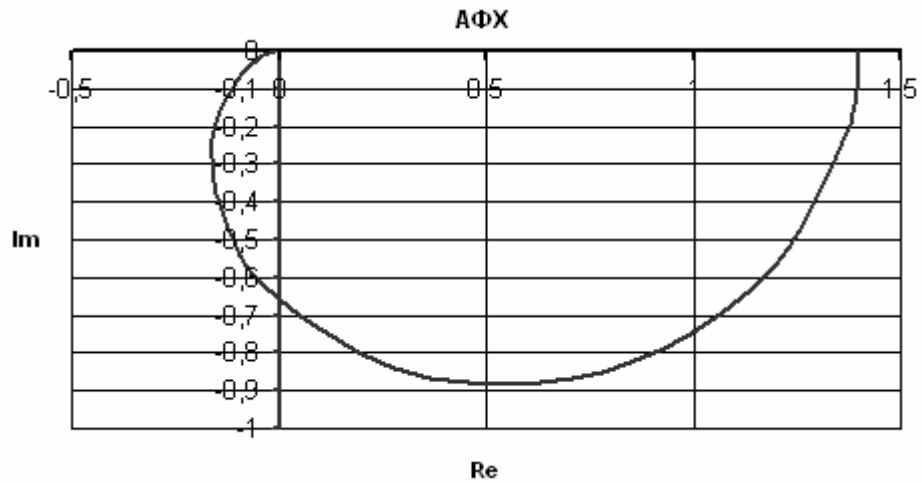


Рис. 1.16 Годограф АФХ

Побудуємо і інші частотні характеристики: амплітудно-частотну характеристику, фазово-частотну характеристику, дійсну частотну характеристику і уявну частотну характеристику в середовищі MS Excel.

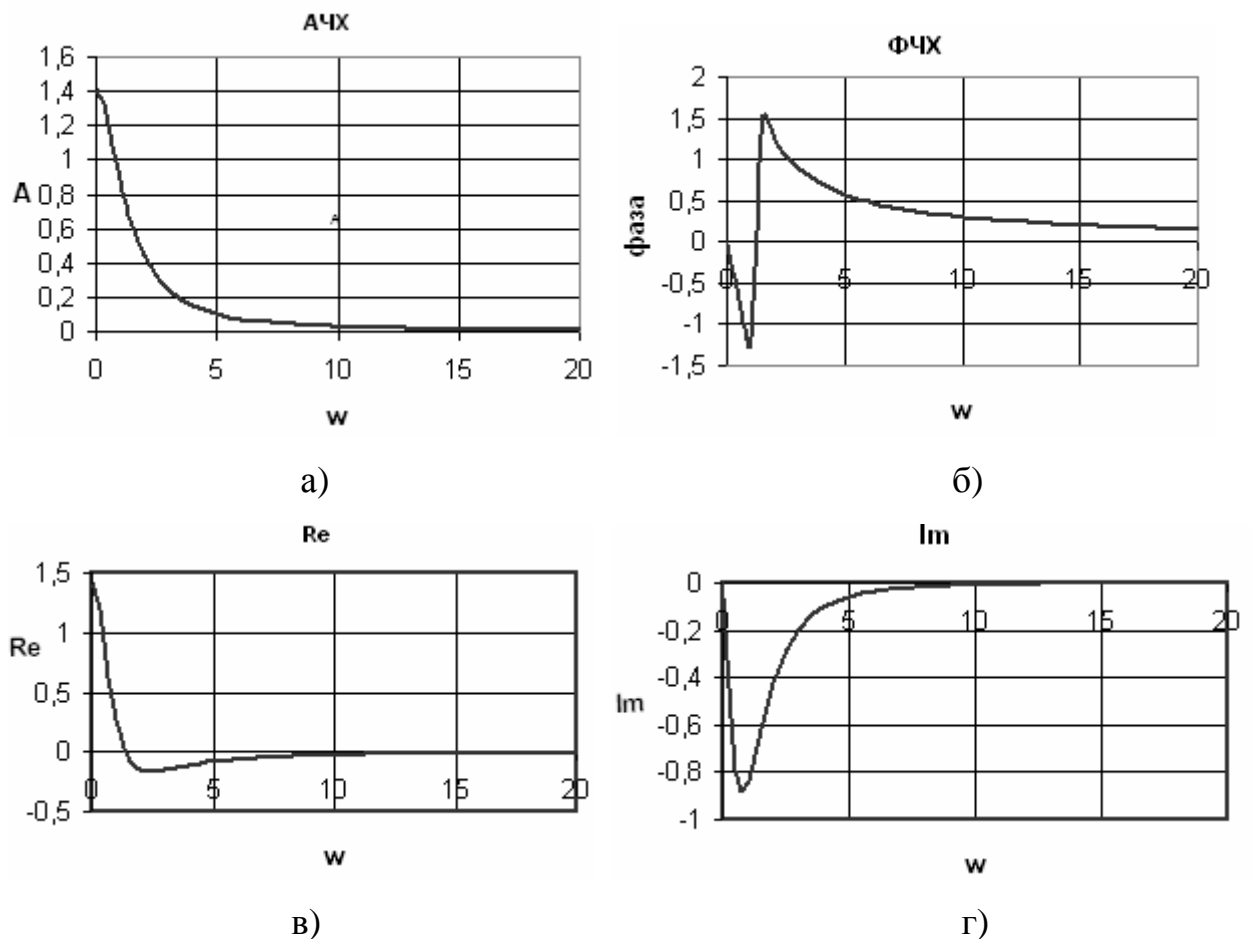


Рис. 1.17 Графіки частотних характеристик: АЧХ (а), ФЧХ (б), $\text{Re}(\omega)$ (в), $\text{Im}(\omega)$ (г).

Використання функцій математичного пакета Mathcad для побудови частотних характеристик

Розглянемо використання середовища Mathcad для побудови частотних характеристик для приклада 1.1, що наведений вище.

Лістинг з побудованими частотними характеристиками наведений нижче.

Тема : Частотні характеристики елементів САР

Задамо уявну одиницю: $j := \sqrt{-1}$

Задамо значення частоти ω : $\omega := 0,0.1..20$

Запишемо передавальну функцію: $W1(p) := \frac{2.8}{p^2 + 3 \cdot p + 2}$

Виконаємо перетворення і отримаємо АФХ:

$$W2(j\omega) := \frac{2.8 \cdot (2 - \omega^2) - j \cdot 2.8 \cdot (3\omega)}{(2 - \omega^2)^2 + (3 \cdot \omega)^2}$$

Для побудови графіків запишемо частотні характеристики

$$\text{Re}2(\omega) := \frac{2.8 \cdot (2 - \omega^2)}{(2 - \omega^2)^2 + (3 \cdot \omega)^2}$$

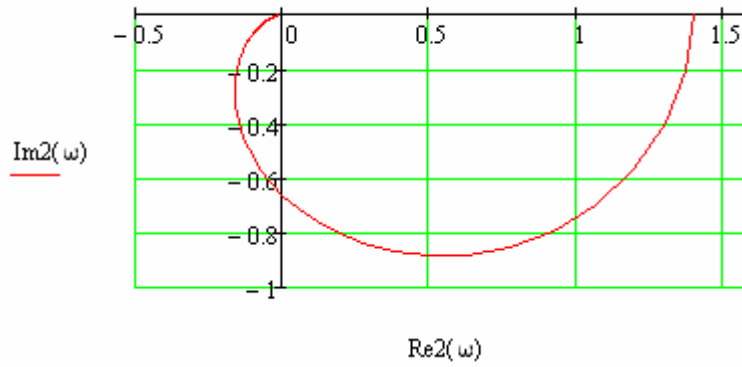
$$\text{Im}2(\omega) := \frac{-2.8 \cdot (3\omega)}{(2 - \omega^2)^2 + (3 \cdot \omega)^2}$$

$$A2(\omega) := \sqrt{\text{Re}2(\omega)^2 + \text{Im}2(\omega)^2}$$

$$\phi2(\omega) := \text{atan}\left(\frac{\text{Im}2(\omega)}{\text{Re}2(\omega)}\right)$$

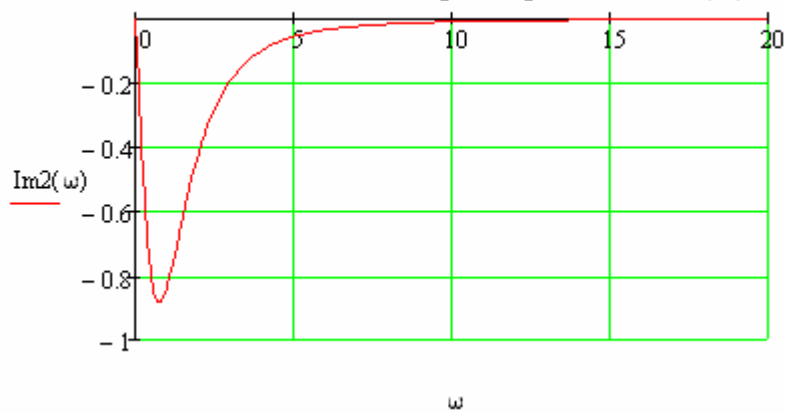
Побудуємо годограф амплітудно-фазової характеристики в середовищі MathCad

Амплітудно - фазова характеристика



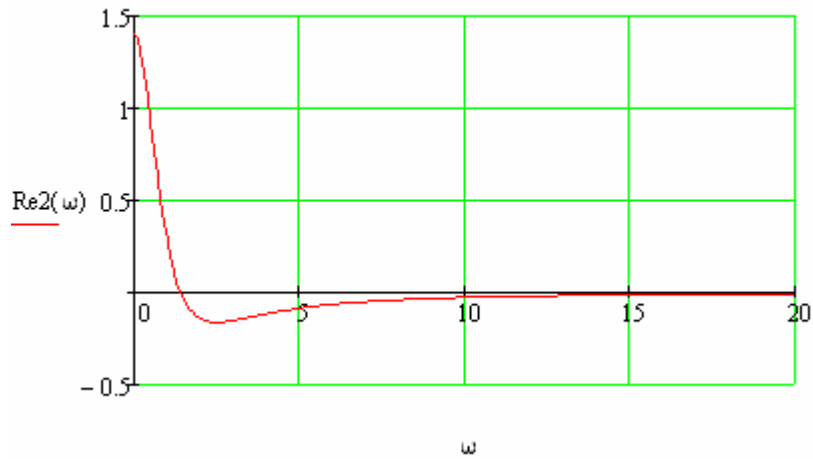
Побудуємо графік уявно-частотної характеристики

Уявно-частотна характеристика $\text{Im}(\omega)$



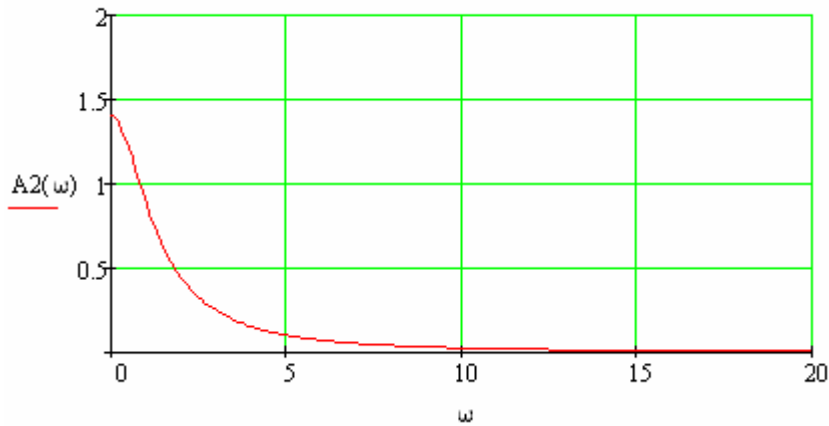
Побудуємо графік реально-частотної характеристики

Реально-частотна характеристика $\text{Re}(\omega)$



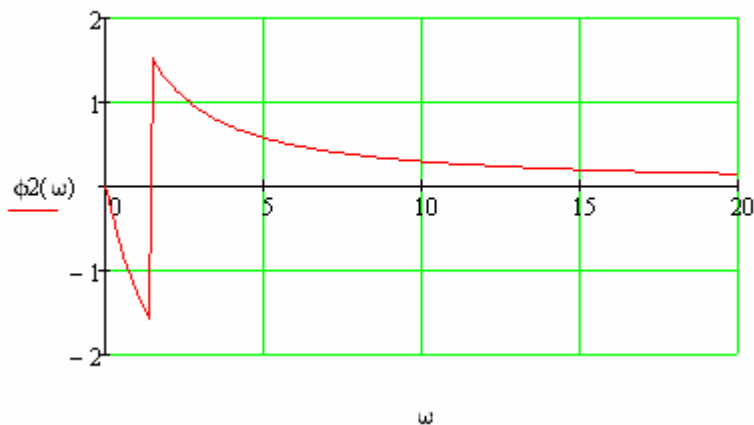
Побудуємо амплітудно-частотну характеристику

Амплітудно-частотна характеристика $A(\omega)$



Побудуємо фазово-частотну характеристику

Фазово-частотна характеристика $\phi(\omega)$



Використання вбудованих функцій середовища Mathcad $\mathbf{Im}(z)$ і $\mathbf{Re}(z)$ для побудови частотних характеристик.

Функція $\mathbf{Re}(z)$ повертає дійсну частину комплексного числа, вектора, або матриці, z . Функція $\mathbf{Im}(z)$ повертає уявну частину комплексного числа, вектора, або матриці, z .

Фрагмент лістингу з побудованими частотними характеристиками при використанні вбудованих функцій $\mathbf{Im}(z)$ і $\mathbf{Re}(z)$ наведений нижче.

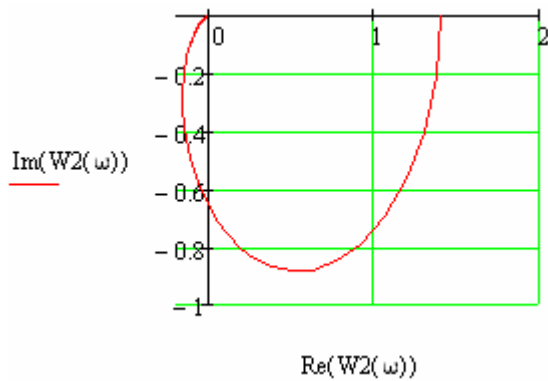
Задамо уявну одиницю: $j := \sqrt{-1}$

Задамо значення частоти ω : $\omega := 0, 0.1.. 20$

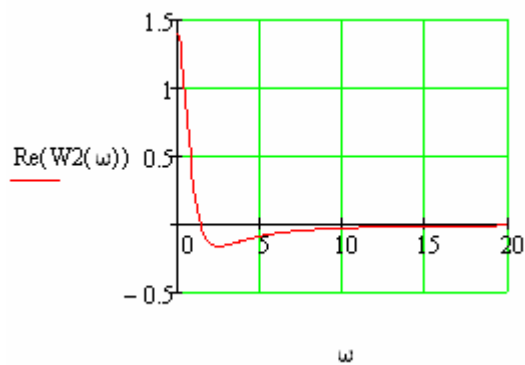
Запишемо АФХ:

$$W_2(\omega) := \frac{2.8 \cdot (2 - \omega^2) - j \cdot 2.8 \cdot (3\omega)}{(2 - \omega^2)^2 + (3 \cdot \omega)^2}$$

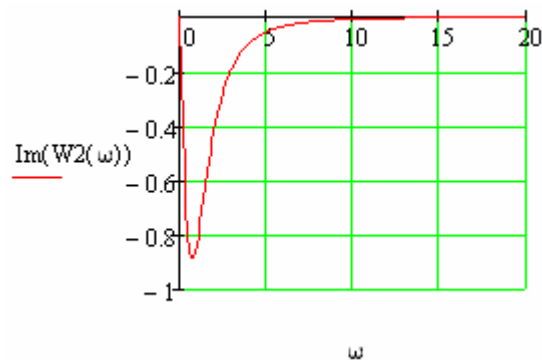
Побудуємо годограф амплітудно-фазової характеристики в середовищі MathCad



Побудуємо графік реально-частотної характеристики



Побудуємо графік уявно-частотної характеристики



Використовувати розглянуті функції $\mathbf{Im}(z)$ і $\mathbf{Re}(z)$ доцільно тоді, коли дослідника не цікавить аналітичний вигляд частотних характеристик, а тільки потрібна побудова графічних залежностей.

Приклади побудови частотних характеристик в середовищі Mathcad розглянуті в методичних вказівках до виконання домашньої контрольної роботи з дисципліни «Теорія автоматичного керування» [13].

З метою більш поглибленого вивчення теоретичних основ даної лабораторної роботи рекомендується використати конспект лекцій з курсу та список рекомендованої літератури до даних методичних вказівок.

1.2. Опис лабораторних засобів та обладнання

Лабораторна робота виконується на персональному комп'ютері стандарту IBM PC під керуванням операційної системи MS Windows зі стандартним пакетом MS Office та математичним пакетом Mathcad.

1.3. Заходи безпеки під час виконання лабораторної роботи

Заходи безпеки, яких треба дотримуватись при виконанні даної лабораторної роботи, наведені у додатку А.

1.4. Послідовність виконання роботи

1. Згідно з отриманим варіантом завдання (рівняння динаміки об'єкту управління) визначити передавальну функцію об'єкту.
2. Визначити вигляд частотних характеристик – $W(j\omega)$, $Re(\omega)$, $Im(\omega)$, $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$.
3. Використовуючи отримані рівняння, побудувати шукані частотні характеристики – $W(j\omega)$, $Re(\omega)$, $Im(\omega)$, $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$ (наприклад, з використанням MS Excel).
4. Запрограмувати отримання частотних характеристик – $W(j\omega)$, $Re(\omega)$, $Im(\omega)$, $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$ в середовищі Mathcad.
5. Продемонструвати розрахунки, побудови і роботу програми викладачу.
6. Оформити протокол лабораторної роботи.

1.5. Обробка та аналіз результатів. Оформлення звіту

При оформленні звіту з лабораторної роботи до заздалегідь підготовленого протоколу (див. завдання до лабораторної роботи) додаються роздруковані аркуші з результатами виконаної роботи:

1. лістинг програми Mathcad з результатами розрахунків;
2. розрахунки та побудови у середовищі MS Excel.

Контрольні завдання та запитання

1. Поняття частотної характеристики.
2. Види частотних характеристик.
3. Зв'язок між частотними характеристиками.
4. Форми представлення частотних характеристик.
5. Методи отримання частотних характеристик.
6. Частотні характеристики аперіодичних ланок.
7. Частотні характеристики коливальної ланки.
8. Частотні характеристики інтегруючих ланок.
9. Частотні характеристики диференціюючих ланок.
10. Частотні характеристики підсилюючої ланки.
11. Частотні характеристики ланки чистого запізнювання.
12. Частотні характеристики регуляторів.

Лабораторна робота № 2

Частотні характеристики замкнених і розімкнених САР

Мета та основні завдання: Дослідити процес отримання АФХ замкнених і розімкнених САР. Набути вмінь побудови і аналізу частотних характеристик замкнених і розімкнених САР.

Завдання². Вивчити можливості отримання і побудови АФХ замкнених і розімкнених САР. Розглянути передавальні функції груп елементів; передавальні функції систем зі зворотнім зв'язком; передавальні функції розімкненої та замкненої систем.

2.1. Короткі теоретичні відомості

Частотні характеристики розімкненої САР

Частотні характеристики визначаються частотними властивостями об'єкта регулювання та автоматичного регулятора.

АФХ розімкненої системи може бути отримана з передавальної функції розімкненої системи: $W_{роз}(p) = W_p(p) \cdot W_{об}(p)$. Підставимо в передавальну функцію $p = j\omega$. Отримаємо:

$$W_{роз}(j\omega) = W_p(j\omega) \cdot W_{об}(j\omega).$$

Для побудови годографа АФХ розімкненої САР необхідно підставити в передавальну функцію $p = j\omega$, представити АФХ у вигляді $W_{роз}(j\omega) = \operatorname{Re}_{роз}(\omega) + j \operatorname{Im}_{роз}(\omega)$, протабулювати $\operatorname{Re}_{роз}(\omega)$ та $\operatorname{Im}_{роз}(\omega)$ для частот ω від 0 до $+\infty$ і виконати побудову.

Але якщо частотні характеристики об'єкту регулювання отримані експериментальним шляхом, то для визначення АФХ розімкненої системи застосовують графічний метод.

² Відповіді на зазначені теоретичні питання занести в протокол при підготовці до виконання лабораторної роботи.

АФХ розімкненої системи з П-регулятором

АФХ розімкненої системи з П-регулятором має вигляд:
 $W_{роз}(j\omega) = k_p \cdot W_{об}(j\omega)$, де k_p – коефіцієнт підсилення регулятора.

Для побудови АФХ розімкненої системи з П-регулятором необхідно кожен вектор АФХ об'єкту змінити в k_p разів, як це показано на рис. 2.1. При цьому, вектори не змінюють свого положення на комплексній площині (кути φ_i залишаються незмінними).

АФХ розімкненої системи з І-регулятором

АФХ розімкненої системи з І-регулятором має вигляд:

$W_{роз}(j\omega) = \frac{e_p}{j\omega} \cdot W_{об}(j\omega) = \frac{e_p}{\omega} \cdot W_{об}(j\omega) \cdot e^{-j\frac{p}{2}}$, де e_p – коефіцієнт підсилення регулятора.

Для побудови АФХ розімкненої системи з І-регулятором

$W_{роз}(j\omega) = \frac{e_p}{\omega} \cdot W_{об}(j\omega) \cdot e^{-j\frac{p}{2}}$ необхідно повернути кожен вектор АФХ об'єкту на кут 90° за годинниковою стрілкою і змінити його довжину в $\frac{e_p}{\omega}$ разів.

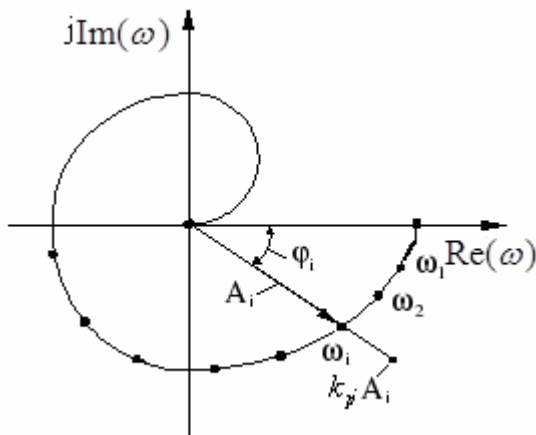


Рис. 2.1 До побудови АФХ розімкненої системи з П-регулятором

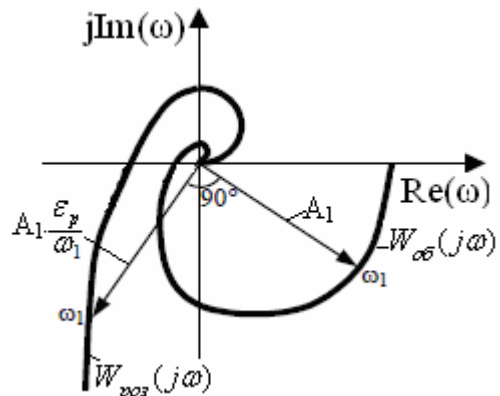


Рис. 2.2 До побудови АФХ розімкненої системи з І-регулятором

АФХ розімкненої системи з ПІ-регулятором

АФХ розімкненої системи з ПІ-регулятором має вигляд:

$$W_{роз}(j\omega) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_u j\omega}\right) W_{об}(j\omega), \text{ де } T_u - \text{ постійна часу; } k_p - \text{ коефіцієнт}$$

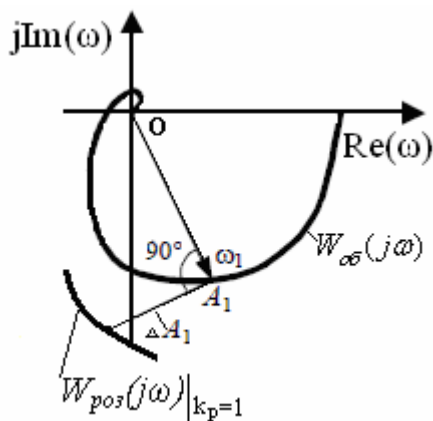
підсилення регулятора.

Розкриємо дужки:

$$W_{роз}(j\omega) \Big|_{k_p=1} = W_{об}(j\omega) + \frac{W_{об}(j\omega)}{T_u \omega} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

Таким чином, вектор АФХ розімкненої системи з ПІ-регулятором при $k_p = 1$ дорівнює сумі двох векторів: $A = W_{об}(j\omega)$ і $\Delta A = \frac{W_{об}(j\omega)}{T_u \omega} \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$.

Для отримання АФХ розімкненої системи з ПІ-регулятором при $k_p = 1$ слід до вектора АФХ об'єкту OA_1 (при частоті ω_1) додати вектор довжиною $\Delta A_1 = OA_1 / (T_u \omega_1)$, що повернений на 90° за годинниковою стрілкою (рис. 2.3). Аналогічна процедура повторюється для інших частот: $\omega_2, \omega_3, \omega_4$ і т.д.



Таким чином, буде отримана АФХ розімкненої системи з ПІ-регулятором при $k_p = 1$. Для отримання результуючої кривої слід кожен вектор отриманої АФХ змінити в k_p разів.

Рис. 2.3 До побудови АФХ розімкненої системи з ПІ-регулятором

АФХ розімкненої системи з ПІД-регулятором

АФХ розімкненої системи з ПІД-регулятором має вигляд:

$$W_{роз}(j\omega) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_u j\omega} + T_{np} j\omega\right) \cdot W_{об}(j\omega), \text{ де } T_u, T_{np} - \text{ постійні часу; } k_p -$$

коефіцієнт підсилення регулятора.

Розкриємо дужки:

$$W_{роз}(j\omega)\Big|_{k_p=1} = W_{об}(j\omega) + W_{об}(j\omega)\left(\frac{1}{T_u\omega} - T_{np}\omega\right) \cdot e^{-j\frac{p}{2}}$$

Таким чином, вектор АФХ розімкненої системи з ПД-регулятором при $k_p = 1$ дорівнює сумі двох векторів: $A = W_{об}(j\omega)$ і $\Delta A = W_{об}(j\omega)\left(\frac{1}{T_u\omega} - T_{np}\omega\right) \cdot e^{-j\frac{p}{2}}$.

Для отримання АФХ розімкненої системи з ПД-регулятором при $k_p = 1$ слід до вектора АФХ об'єкту OA_1 (при частоті ω_1) додати вектор довжиною $\Delta A_1 = OA_1/(T_u\omega_1)$, що повернений на 90° за годинниковою стрілкою (при цьому слід враховувати знак виразу в дужках). Побудова АФХ розімкненої системи з ПД-регулятором аналогічна побудові АФХ розімкненої системи з ПІ-регулятором (рис. 2.3).

Отримані АФХ розімкненої системи можна використовувати для визначення налаштувань регуляторів, оцінки стійкості замкненої системи і для визначення частотних характеристик замкненої САР.

Частотні характеристики замкненої САР

В замкненій системі зазвичай виділяють дві входні дії – завдання та збурення, які впливають на вихідну координату – координату стану об'єкта.

Для систем автоматичного регулювання найбільш цікавими є передавальні функції замкненої системи по відношенню до керуючого (або задаючого) впливу та по відношенню до збурюючого впливу.

Передавальна функція замкненої системи по відношенню до керуючого

впливу: $W_k(p) = \frac{W_{роз}(p)}{1 + W_{роз}(p)}$, де $-W_{роз}(p) = W_p(p) \cdot W_{об}(p)$ – передавальна

функція розімкненої системи; $W_{об}(p)$, $W_p(p)$ – передавальні функції відповідно об'єкта та регулятора. Характеристичне рівняння замкненої системи: $1 + W_{роз}(p) = 0$.

Передавальна функція замкненої системи по відношенню до збурюючого впливу: $W_z(p) = \frac{W_z(p)}{1 + W_{роз}(p)}$, де $-W_{роз}(p) = W_p(p) \cdot W_{об}(p)$ – передавальна функція розімкненої системи; $W_{об}(p)$, $W_p(p)$ – передавальні функції об'єкта та регулятора; $W_z(p)$ – передавальна функція об'єкта за каналом збурюючого впливу.

Звідси АФХ замкненої системи по відношенню до керуючого впливу:

$$W_k(j\omega) = \frac{W_{роз}(j\omega)}{1 + W_{роз}(j\omega)}, \quad (2.1)$$

і по відношенню до збурюючого впливу:

$$W_z(j\omega) = \frac{W_z(j\omega)}{1 + W_{роз}(j\omega)} \quad (2.2)$$

Якщо АФХ об'єкту за цими каналами отримані експериментально (задані в графічному вигляді), то і відповідні АФХ також отримують за допомогою графічного методу.

Побудуємо АФХ замкненої системи по відношенню до керуючого впливу. Спочатку побудуємо АФХ розімкненої системи. Чисельник виразу (2.1) є вектор АФХ розімкненої системи (позначимо його, як $\bar{z}_1 = W_{роз}(j\omega)$), а знаменник можна знайти як суму векторів $\bar{z}_1 + \bar{z}_2$ (де $\bar{z}_1 = W_{роз}(j\omega)$, $\bar{z}_2 = 1 + j0$ - одиничний вектор), або як різницю векторів $\bar{z}_1 - \bar{z}_3$ (де $\bar{z}_3 = -1 + j0$). Таким чином, значення АФХ замкненої системи по відношенню до керуючого впливу на частоті ω знаходиться при діленні вектора \overline{OA} (\bar{z}_1), що проведений з початку координат до точки А, яка знаходиться на АФХ розімкненої системи, на вектор \overline{BA} ($\bar{z}_1 - \bar{z}_3$), що проведений до тієї ж точки з точки, яка знаходиться на від'ємній дійсній піввісі з координатами $[-1, j0]$ (рис. 2.3).

При цьому, АЧХ замкненої системи визначається за формулою:

$$A_k = \frac{|\overline{OA}|}{|\overline{BA}|}, \text{ а ФЧХ за наступною формулою: } j_k = j_{OA} - j_{BA}.$$

Аналогічним чином може бути побудована АФХ замкненої системи по відношенню до збурюючого впливу (рис.2.4).

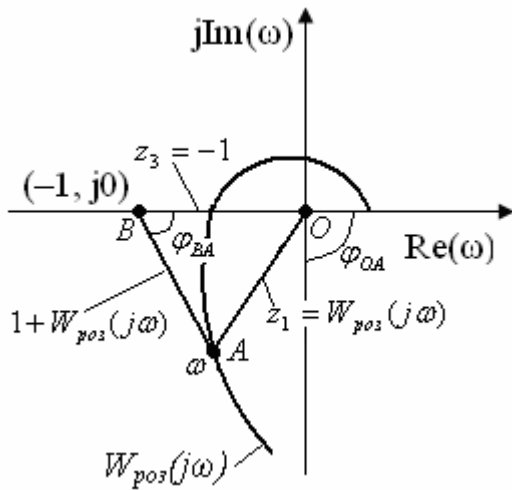


Рис. 2.3 До побудови АФХ замкненої системи по відношенню до керуючого впливу

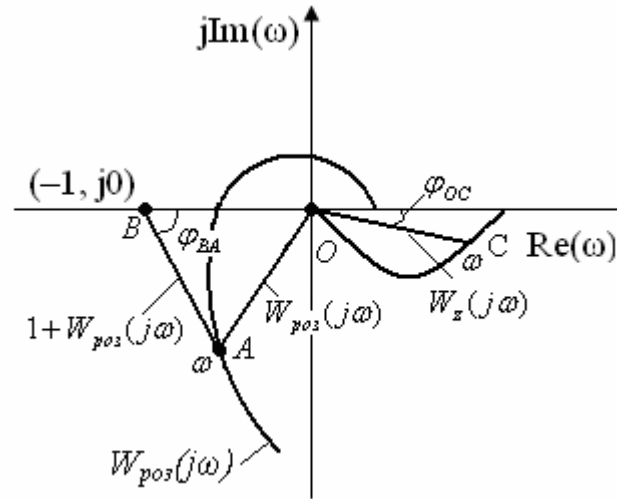


Рис. 2.4 До побудови АФХ замкненої системи по відношенню до збурюючого впливу

Але в цьому випадку значення АФХ замкненої системи по відношенню до збурюючого впливу на частоті ω знаходиться при діленні вектора АФХ об'єкту по відношенню до збурюючого впливу – \overline{OC} , на вектор \overline{BA} , що проведений до точки з тією ж частотою ω , але яка знаходиться на годографі АФХ розімкненої системи, з точки від'ємної дійсної піввісі з координатами $[-1, j0]$.

При цьому, АЧХ замкненої системи визначається за формулою:

$$A_z = \frac{|\overline{OC}|}{|\overline{BA}|}, \text{ а ФЧХ за наступною формулою: } j_z = j_{OC} - j_{BA}.$$

Використання функцій математичного пакета Mathcad для побудови частотних характеристик розімкненої та замкненої систем

Застосування математичного пакета Mathcad для побудови АФХ розімкненої та замкненої систем розглянемо на прикладі.

Приклад 2.1.

Визначити частотні характеристики АФХ розімкненої та замкненої систем автоматичного регулювання, де до об'єкту з передавальною

$$\text{функцією: } W_{об}(p) = \frac{1,8}{3 \cdot p^2 + 5 \cdot p + 1},$$

підключений ПІ-регулятор $W_p(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_u \cdot p}\right)$, де $k_p = 1.3$, $T_u = 0.3$.

Передавальну функцію розімкненої системи будемо шукати за формулою:

$W_{роз}(p) = W_p(p) \cdot W_{об}(p)$, де $-W_{об}(p)$, $W_p(p)$ – передавальні функції відповідно об'єкта та регулятора.

Передавальну функцію замкненої системи по відношенню до керуючого

впливу визначимо за формулою 2.1: $W_k(p) = \frac{W_{роз}(p)}{1 + W_{роз}(p)}$

Отримаємо АФХ розімкненої та замкненої систем, для чого підставимо в передавальні функції $p = j\omega$:

АФХ розімкненої системи:

$$W_{роз}(j\omega) = W_p(j\omega) \cdot W_{об}(j\omega) = \frac{1,8}{3 \cdot (j\omega)^2 + 5 \cdot (j\omega) + 1} \cdot 1.3 \left(1 + \frac{1}{0.3 \cdot (j\omega)}\right),$$

та АФХ замкненої системи:

$$W_k(j\omega) = \frac{W_{роз}(j\omega)}{1 + W_{роз}(j\omega)}.$$

Використаємо для побудови АФХ розімкненої та замкненої систем середовище Mathcad.

Лістинг з побудованими частотними характеристиками наведений нижче.

Тема: Частотні характеристики замкнутих і розімкнених САР

Задаємо уявну одиницю: $j := \sqrt{-1}$

Задамо значення частоти ω : $\omega := 0, 0.001 .. 40$

Запишемо вираз передавальної функції об'єкту:

$$W_{об}(p) := \frac{1.8}{3 \cdot (p)^2 + 5 \cdot p + 1}$$

До об'єкту підключений ПІ- регулятор

параметри регулятора:

$$k_p := 1.3 \quad T_u := 0.3$$

Запишемо вираз передавальної функції ПІ - регулятора:

$$W_p(p) := \left(k_p + \frac{k_p}{T_u \cdot p} \right)$$

Запишемо вираз АФХ об'єкту (замінивши p на j ω):

$$W_{об}(j\omega) := \frac{1.8}{3 \cdot (j\omega)^2 + 5 \cdot (j\omega) + 1}$$

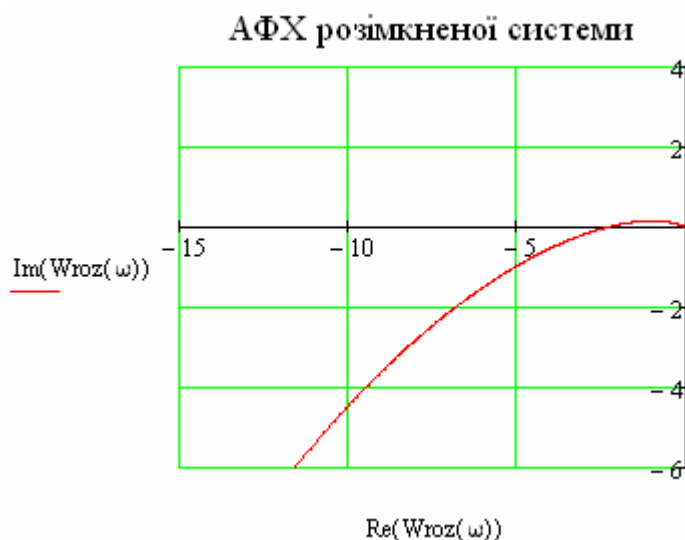
Запишемо вираз АФХ об'єкту:

$$W_{об}(\omega) := \frac{1.8 \cdot \left[(1 - 3 \cdot \omega^2) - j \cdot 5 \cdot \omega \right]}{(1 - 3 \cdot \omega^2)^2 + 25 \cdot \omega^2}$$

АФХ розімкненої системи з ПІ - регулятором

$$W_{роз}(\omega) := \left(k_p + \frac{k_p}{T_u \cdot j \cdot \omega} \right) \cdot W_{об}(\omega)$$

Побудуємо графік АФХ розімкненої системи:



АФХ замкненої системи:

$$W_{зам}(\omega) := \frac{W_{роз}(\omega)}{1 + W_{роз}(\omega)}$$

Побудуємо графік АФХ замкненої системи



Приклади побудови частотних характеристик в середовищі Mathcad розглянуті в матеріалах Лабораторної роботи №1 цих методичних вказівок і в методичних вказівках до виконання домашньої контрольної роботи з дисципліни «Теорія автоматичного керування» [13].

З метою більш поглибленого вивчення теоретичних основ даної лабораторної роботи рекомендується використати конспект лекцій з курсу та список рекомендованої літератури до даних методичних вказівок.

2.2. Опис лабораторних засобів та обладнання

Лабораторна робота виконується на персональному комп'ютері стандарту IBM PC під керуванням операційної системи MS Windows зі стандартним пакетом MS Office та математичним пакетом Mathcad.

2.3. Заходи безпеки під час виконання лабораторної роботи

Заходи безпеки, яких треба дотримуватись при виконанні даної лабораторної роботи, наведені у додатку А.

2.4. Послідовність виконання роботи

1. Згідно з отриманим варіантом завдання (за заданими передавальними функціями об'єкту управління і регулятора) визначити передавальні функції розімкненої і замкненої систем автоматичного регулювання.
2. Використовуючи отримані передавальні функції, виконати необхідні перетворення і побудувати шукані частотні характеристики – АФХ (наприклад, з використанням MS Excel).
3. Запрограмувати отримання частотних характеристик розімкненої і замкненої систем в середовищі Mathcad.
4. Продемонструвати розрахунки, побудови і роботу програми викладачу.
5. Оформити протокол лабораторної роботи.

2.5. Обробка та аналіз результатів. Оформлення звіту

При оформленні звіту з лабораторної роботи до заздалегідь підготовленого протоколу (див. завдання до лабораторної роботи) додаються роздруковані аркуші з результатами виконаної роботи:

1. лістинг програми Mathcad з результатами розрахунків;
2. розрахунки та побудови у середовищі MS Excel.

Контрольні завдання та запитання

1. Передавальні функції груп елементів.
2. Що являє собою розімкнена система автоматичного регулювання і як отримати її передавальну функцію?
3. Передавальні функції систем зі зворотнім зв'язком.
4. Що являє собою замкнена система автоматичного регулювання і як отримати її передавальну функцію?
5. За якими каналами впливу зазвичай отримують передавальні функції замкненої системи автоматичного регулювання?
6. Методи отримання частотних характеристик замкнених і розімкнених САР.
7. АФХ замкненої системи автоматичного регулювання по каналу «завдання-вихід».
8. АФХ замкненої системи автоматичного регулювання по каналу «збурення-вихід».
9. АФХ розімкненої системи автоматичного регулювання з П-регулятором.
10. АФХ розімкненої системи автоматичного регулювання з І-регулятором.
11. АФХ розімкненої системи автоматичного регулювання з ІІ-регулятором.
12. АФХ розімкненої системи автоматичного регулювання з ІІІ-регулятором.

Лабораторна робота № 3

Дослідження стійкості систем автоматичного регулювання.

Критерій стійкості Найквіста

Мета та основні завдання: Дослідити процес оцінки стійкості системи автоматичного регулювання за допомогою частотного критерію стійкості Найквіста. Набути вмінь застосовувати критерій стійкості Найквіста-Михайлова для оцінки стійкості замкнених систем автоматичного регулювання.

Завдання³. Вивчити застосування частотного критерію стійкості Найквіста-Михайлова для оцінки стійкості замкнених систем автоматичного регулювання.

3.1. Короткі теоретичні відомості

АФХ розімкненої системи дозволяє зробити висновок про стійкість замкненої системи.

У відповідності до частотного критерію Найквіста-Михайлова: система автоматичного управління стійка замкненому стані, якщо вона стійка в розімкненому стані, і її АФХ при зміні частоти від нуля до нескінченності не охоплює точку з координатами $(-1; j0)$ комплексної площини. Якщо АФХ розімкненої систем проходить через точку з координатами $(-1; j0)$ комплексної площини, то система знаходиться на межі стійкості. А частота незатухаючих коливань $\omega_{кр}$, що виникають в системі, буде дорівнювати частоті, при якій АФХ розімкненої систем проходить через точку з координатами $(-1; j0)$. Графічна інтерпретація критерію Найквіста-Михайлова показана на рис. 3.1.

³ Відповіді на зазначені теоретичні питання занести в протокол при підготовці до виконання лабораторної роботи.

При використанні даного критерію необхідно побудувати годограф Найквіста (амплітудно-фазова частотна характеристика) розімкненої системи і пересвідчитися, що годограф не охоплює точку з координатами $(-1; j0)$.

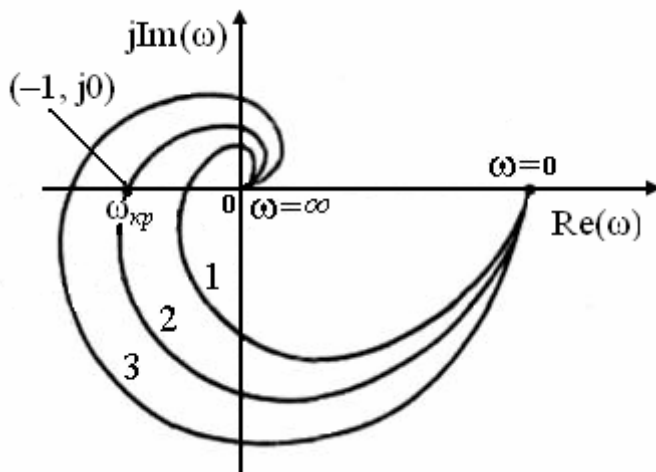


Рис. 3.1 Графічна інтерпретація критерію Найквіста-Михайлова: 1 – годограф АФХ стійкої системи; 2 – годограф АФХ системи, що знаходиться на межі стійкості; 3 – годограф АФХ нестійкої системи.

Частотний критерій Найквіста-Михайлова дозволяє дослідити стійкість системи автоматичного управління на основі її експериментальних частотних характеристик без наявності диференціального рівняння, що описує систему.

Використання математичного пакета Mathcad для визначення стійкості системи

Застосування математичного пакета Mathcad для побудови АФХ розімкненої систем, на яких базується визначення стійкості САР за частотним критерієм Найквіста-Михайлова, розглянуто в матеріалах лабораторної роботи №3 цих методичних вказівок.

Приклад 3.1.

Визначити стійкість САР за частотним критерієм Найквіста-Михайлова при підключенні до об'єкту з передавальною функцією:

$$W_{oo}(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1)}, \text{ де } k = 7; T_1 = 0.4; T_2 = 0.8$$

наступних регуляторів:

1) П-регулятор з коефіцієнтом підсилення $k_p = 0.8$ ($W_p(p) = k_p$);

2) ПІ-регулятор $W_p(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_u \cdot p}\right)$, де $k_p = 2.4$, $T_u = 0.2$;

3) ПІД-регулятор $W_p(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_u \cdot p}\right)$, де $k_p = 1.5$, $T_u = 0.3$.

Для визначення стійкості системи необхідно побудувати годограф розімкненої системи і за характером його протікання на комплексній площині зробити висновок про стійкість замкненої системи.

Передавальну функцію розімкненої системи будемо шукати за формулою:

$W_{роз}(p) = W_p(p) \cdot W_{об}(p)$, де $W_{об}(p)$, $W_p(p)$ – передавальні функції відповідно об'єкта та регулятора.

Використаємо для побудови АФХ розімкненої системи середовище Mathcad.

Перший регулятор (ПІ-регулятор з коефіцієнтом підсилення $k_p = 0.8$).

Лістинг з програми наведений нижче.

Тема : Дослідження стійкості системи автоматичного регулювання.
Критерій стійкості Найквіста.

Задаємо уявну одиницю: $j := \sqrt{-1}$

Задаємо частоти $\omega := 0, 0.005 .. 70$

Задамо параметри передавальної функції об'єкта:

$K := 7$ $T1 := 0.4$ $T2 := 0.8$

Запишемо аналітичний вираз передавальної функції об'єкта:

$$W_{об}(p) := \frac{K}{(T1 \cdot p + 1) \cdot (T2 \cdot p + 1)}$$

До об'єкту підключений ПІ-регулятор, з коефіцієнтом підсилення:

$k_p := 0.8$

Передавальна функція регулятора:

$W_{рег} := k_p$

Передавальна функція розімкненої системи:

$$W_{роз}(p) := \frac{K}{(T1 \cdot p + 1) \cdot (T2 \cdot p + 1)} \cdot W_{рег}$$

Підставимо замість p значення $j\omega$ в передавальну функцію об'єкту:

$$W_{ob}(j\omega) := \frac{7}{(0.4j\omega + 1) \cdot (0.8j\omega + 1)}$$

АФХ розімкненої системи:

$$W_{roz}(\omega) := \frac{7}{(0.4j \cdot \omega + 1) \cdot (0.8j \cdot \omega + 1)} \cdot W_{reg}$$

Побудуємо годограф АФХ розімкненої системи для П-регулятора, використовуючи функції середовища MathCad Re та Im:



Отриманий годограф АФХ розімкненої системи не охоплює точку з координатами $(-1; j0)$ комплексної площини. Тому система з таким регулятором буде стійкою.

Другий регулятор (ПІ-регулятор $W_p(p) = k_p(1 + \frac{1}{T_u \cdot p})$, де $k_p = 2.4$, $T_u = 0.2$).

Лістинг з програми наведений нижче.

Тема : Дослідження стійкості системи автоматичного регулювання.
Критерій стійкості Найквіста.

Задаємо уявну одиницю: $j := \sqrt{-1}$

Задаємо частоти $\omega := 0.001, 0.005.. 70$

Задамо параметри передавальної функції об'єкта:

$$K := 7 \quad T1 := 0.4 \quad T2 := 0.8$$

Запишемо аналітичний вираз передавальної функції об'єкту:

$$W_{ob}(p) := \frac{K}{(T1 \cdot p + 1) \cdot (T2 \cdot p + 1)}$$

До об'єкту підключений ПІ - регулятор:

$$k_p := 2.8 \quad T_i := 0.2$$

Передавальна функція регулятора:

$$W_{reg}(p) := k_p + \frac{k_p}{T_i p}$$

Підставимо замість p значення $j\omega$ в передавальну функцію об'єкту:

$$W_{ob}(j\omega) := \frac{7}{(0.4 \cdot j\omega + 1) \cdot (0.8 \cdot j\omega + 1)}$$

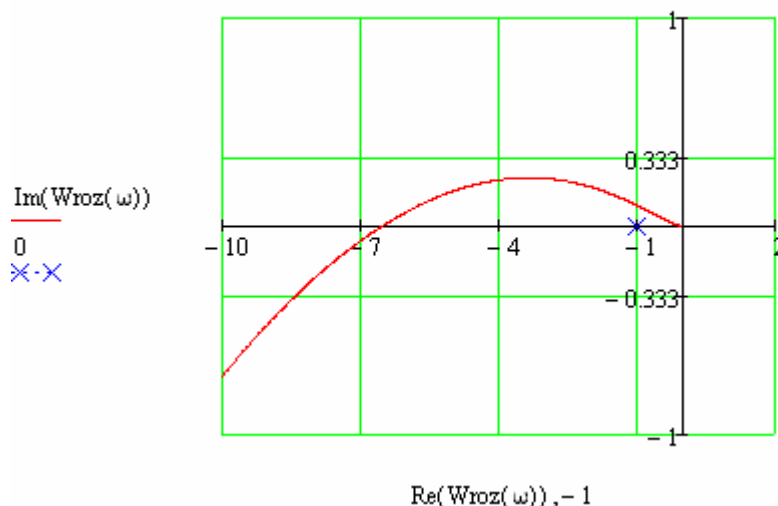
і в передавальну функцію регулятора:

$$W_{reg}(\omega) := k_p + \frac{k_p}{T_i \cdot j \cdot \omega}$$

АФХ розімкненої системи:

$$W_{roz}(\omega) := \frac{7}{(0.4 \cdot j \cdot \omega + 1) \cdot (0.8 \cdot j \cdot \omega + 1)} \cdot W_{reg}(\omega)$$

Годограф АФХ розімкненої САР



Отриманий годограф АФХ розімкненої системи охоплює точку з координатами $(-1; j0)$ комплексної площини. Тому система з таким регулятором буде нестійкою.

Третій регулятор (ПІ-регулятор $W_p(p) = k_p(1 + \frac{1}{T_u \cdot p})$, де $k_p = 1.5$, $T_u = 0.3$).

Лістинг з програми наведений нижче.

Тема : Дослідження стійкості системи автоматичного регулювання.
Критерій стійкості Найквіста.

Задаємо уявну одиницю: $j := \sqrt{-1}$

Задаємо частоти $\omega := 0.001, 0.005.. 70$

Задамо параметри передавальної функції об'єкта:

$$K := 7 \quad T1 := 0.4 \quad T2 := 0.8$$

Запишемо аналітичний вираз передавальної функції об'єкта:

$$W_{ob}(p) := \frac{K}{(T1 \cdot p + 1) \cdot (T2 \cdot p + 1)}$$

До об'єкта підключений ПІ - регулятор:

$$k_p := 1.5 \quad T_i := 0.3$$

Передавальна функція регулятора:

$$W_{reg}(p) := k_p + \frac{k_p}{T_i \cdot p}$$

Передавальна функція розімкненої системи:

$$W_{roz}(p) := \frac{K}{(T1 \cdot p + 1) \cdot (T2 \cdot p + 1)} \cdot W_{reg}(p)$$

Підставимо замість p значення $j\omega$ в передавальну функцію об'єкта:

$$W_{ob}(j\omega) := \frac{7}{(0.4 \cdot j\omega + 1) \cdot (0.8 \cdot j\omega + 1)}$$

і в передавальну функцію регулятора:

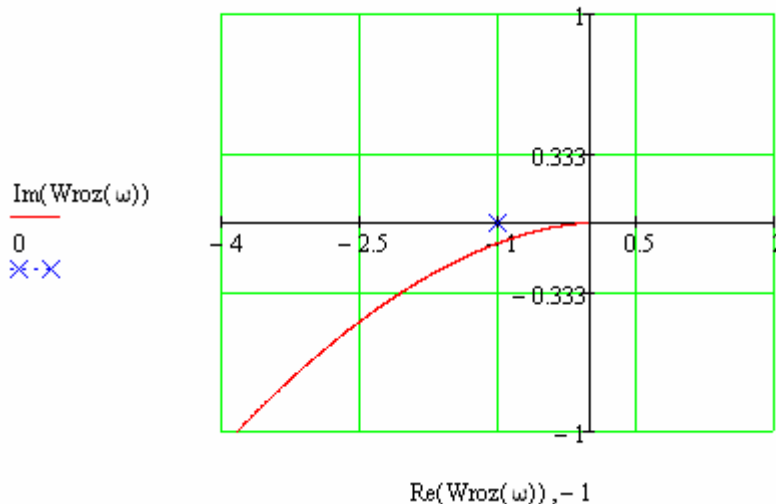
$$W_{reg}(\omega) := k_p + \frac{k_p}{T_i \cdot j \cdot \omega}$$

АФХ розімкненої системи:

$$W_{roz}(\omega) := \frac{7}{(0.4 \cdot j \cdot \omega + 1) \cdot (0.8 \cdot j \cdot \omega + 1)} \cdot W_{reg}(\omega)$$

Побудуємо годограф АФХ розімкненої системи для ПІ-регулятора, використовуючи функції середовища MathCad Re та Im:

Годограф АФХ розімкненої САР



Отриманий годограф АФХ розімкненої системи не охоплює точку з координатами $(-1; j0)$ комплексної площини. Тому система з таким регулятором буде стійкою.

Приклади побудови частотних характеристик в середовищі Mathcad розглянуті в методичних вказівках до виконання домашньої контрольної роботи з дисципліни «Теорія автоматичного керування» [13].

З метою більш поглибленого вивчення теоретичних основ даної лабораторної роботи рекомендується використати конспект лекцій з курсу та список рекомендованої літератури до даних методичних вказівок.

3.2. Опис лабораторних засобів та обладнання

Лабораторна робота виконується на персональному комп'ютері стандарту IBM PC під керуванням операційної системи MS Windows зі стандартним пакетом MS Office та математичним пакетом Mathcad.

3.3. Заходи безпеки під час виконання лабораторної роботи

Заходи безпеки, яких треба дотримуватись при виконанні даної лабораторної роботи, наведені у додатку А.

3.4. Послідовність виконання роботи

1. Згідно з отриманим варіантом завдання (заданій передавальній функції об'єкту та регуляторів) отримати АФХ розімкнених САР.
2. Використовуючи отримані рівняння, побудувати шукані АФХ розімкнених САР (наприклад, з використанням MS Excel).
3. Зробити обґрунтований висновок про стійкість замкнених систем автоматичного регулювання при використанні заданих регуляторів.
4. Запрограмувати отримання АФХ розімкнених систем в середовищі Mathcad.
5. Обрати регулятор (регулятори), що забезпечує стійку роботу САР.
6. Продемонструвати розрахунки, побудови і роботу програми викладачу.
7. Оформити протокол лабораторної роботи.

3.5. Обробка та аналіз результатів. Оформлення звіту

При оформленні звіту з лабораторної роботи до заздалегідь підготовленого протоколу (див. завдання до лабораторної роботи) додаються роздруковані аркуші з результатами виконаної роботи:

1. лістинг програми Mathcad з результатами розрахунків;
2. розрахунки та побудови у середовищі MS Excel.

Контрольні завдання та запитання

1. Частотний критерій стійкості Найквіста-Михайлова.
2. Як пройде годограф АФХ розімкненої системи відносно точки з координатами $[-1, 0j]$ для стійкої замкненої системи?
3. Як пройде годограф АФХ розімкненої системи відносно точки з координатами $[-1, 0j]$ для нестійкої замкненої системи?
4. Як пройде годограф АФХ розімкненої системи відносно точки з координатами $[-1, 0j]$ для замкненої системи, що знаходиться на межі стійкості?
5. Вимоги до розімкненої системи при використанні критерій стійкості Найквіста-Михайлова.

Лабораторна робота № 4

Аналіз якості процесу регулювання

Мета та основні завдання: Дослідити процес визначення прямих показників якості процесу регулювання. Набути вмінь визначення якісних показників процесу регулювання.

Завдання⁴. Вивчити методи визначення оцінок якості процесу регулювання. Вивчити прямі оцінки якості процесу регулювання.

4.1. Короткі теоретичні відомості

Забезпечення стійкості автоматичних систем є абсолютно необхідною умовою працездатності системи. Але до системи ставлять також вимоги щодо якісних характеристик процесу регулювання. При цьому якість перехідних процесів необхідно розглядати відносно збурень та зміни завдання. Якість перехідних процесів визначається властивостями об'єкта і автоматичного регулятора, а показники або оцінки якості формуються, виходячи з технологічних вимог до функціонування об'єкта. Використовують як прямі показники якості перехідного процесу, так і непрямі показники.

Прямі показники якості перехідного процесу

Прямі показники якості перехідного процесу визначають безпосередньо за його графіком. До них відносять.

1. Характер перехідного процесу

Перехідний процес може носити аперіодичний або коливальний характер. На рис. 4.1 показано аперіодичний перехідний процес – 1, аперіодичний перехідний процес з перерегулюванням – 2 і коливальний перехідний процес – 3. З математичної точки зору аперіодичним перехідним процесам

⁴ Відповіді на зазначені теоретичні питання занести в протокол при підготовці до виконання лабораторної роботи.

відповідають процеси, для яких характеристичне рівняння має тільки дійсні корені. При наявності хоча б однієї пари комплексно спряжених коренів характеристичного рівняння характер перехідного процесу буде коливальний.

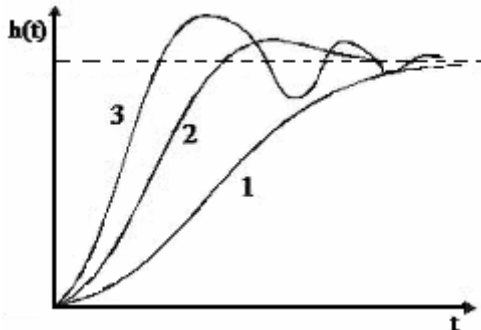


Рис. 4.1 Перехідні процеси 1 - показано аперіодичний перехідний процес, 2 – аперіодичний перехідний процес з перерегулюванням і 3 – коливальний перехідний процес

В залежності від того, як розташовані інші корені характеристичного рівняння до цієї пари коренів, її вплив буде домінуючим або другорядним. Тривалість перехідного процесу й інтенсивність його затухання визначаються значеннями кореня, який найближче розташований до уявної вісі.

З початку координат проведемо промені через два комплексно спряжених кореня так, щоб решта всіх коренів опинилася між цими променями (рис. 4.2).

Степінь коливальності m процесу характеризує згасання його коливальних складових і чисельно дорівнює абсолютному значенню відношення дійсної частини кореня характеристичного рівняння α до коефіцієнта при уявній частині ω з найменшим абсолютним значенням цього відношення.

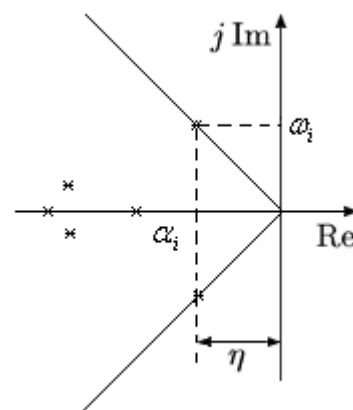


Рис. 4.2. До визначення степені коливальності (ж – корені характеристичного рівняння).

$$m = \min \left(\frac{a_i}{w_i} \right) \quad (3.1)$$

Чим більше m , тим швидше затухає коливальний процес. Якщо на систему накладається вимога $m \geq m_{зад}$, то це означає, що всі корені характеристичного рівняння системи повинні знаходитися всередині сектора, обмеженого двома променями (рис. 4.2).

Величина η ($\eta = \alpha$) характеризує ступінь стійкості. Чим більше η , тим швидше затухає процес (і вище швидкодія системи). Степінь коливальності m характеризує і запас стійкості системи. Можна вважати, що САР має необхідний запас стійкості, якщо всі корені характеристичного рівняння розташовані лівіше за пряму проведену в лівій напівплощині паралельно уявної осі і на відстані η від неї. При цьому, вимоги до коренів характеристичного рівняння будуть: $p_i = a_i + jw_i$ при $a_i < h$.

При обмеженні, що накладається на область розташування коренів характеристичного рівняння замкнутої системи, запас стійкості відповідно до практичного досвіду визначається значенням степеня коливальності $m = 0,221-0,366$.

2. Тривалість перехідного процесу

Перехідний процес вважається закінченим, коли вихідна величина системи не відрізняється від свого сталого значення на 1,2–5%. В практичних розрахунках величина Δ приймається 5% від усталеного рівня $h_{уст}$. При визначенні тривалості перехідного процесу за графіком (рис. 4.3)

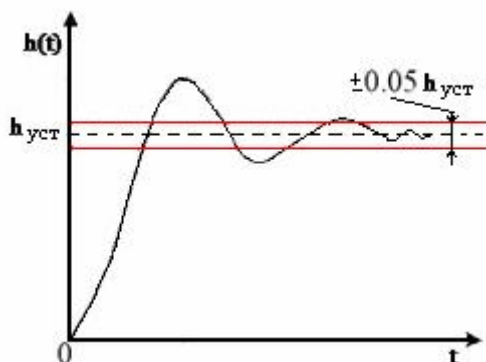


Рис. 4.3. До визначення тривалості

на графіку перехідного процесу перехідного процесу наносять коридор шириною $\pm 5\%$ від сталого значення. Час перехідного процесу визначатиметься часом, за який вихідна величина увійшла в цей коридор і більше з нього не вийшла.

перехідного процесу

У цілому цей показник якості характеризує тривалість (швидкодію) процесу керування. При настроюванні керуючої частини її параметри вибирають таким чином, щоб тривалість перехідного процесу була мінімальною.

3. Динамічна похибка (максимальне динамічне відхилення)

Максимальне динамічне відхилення регульованого параметра $Y_{дин}$ – це максимальне відхилення регульованої величини в перехідному процесі від його заданого значення: $Y_{дин} = Y_{пот,мак} - Y_{зад}$, де $Y_{пот,мак}$ – максимальне поточне значення регульованого параметра; $Y_{зад}$ – задане значення регульованого параметра.

На рис. 4.4 показано визначення максимального динамічного відхилення при ступінчастому збуренні по каналу «завдання – вихід» і каналу «збурення – вихід».

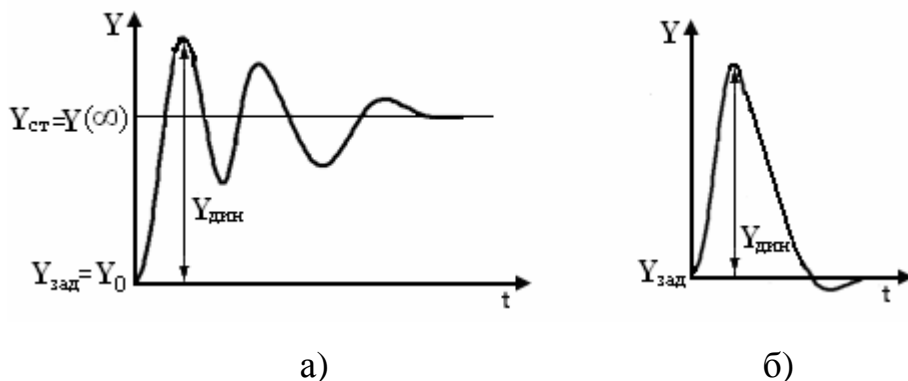


Рис. 4.4. До визначення максимального динамічного відхилення по каналу «завдання – вихід» (а) і каналу «збурення – вихід» (б)

4. Перерегулювання

Абсолютне перерегулювання

Перерегулюванням (абсолютним) називається максимальне відхилення регулює мої величини $U_{мак}$ від сталого значення $U_{ст}$. (Мається на увазі максимальне значення екстремуму переходу регулює мої величини через

стале значення). Зазвичай самий перший перехід і є максимальним відхиленням і його приймають за показник якості.

У випадку перехідного процесу, як показано на рис. 4.4-а, перерегулювання дорівнює: $\Delta U = Y_{дин} - Y_{ст}$. У випадку перехідного процесу, як показано на рис. 4.4-б та рис. 4.5-а, перерегулювання дорівнює ординаті в точці екстремуму (тобто співпадає з максимальним динамічним відхиленням): $\Delta U = Y_{дин}$.

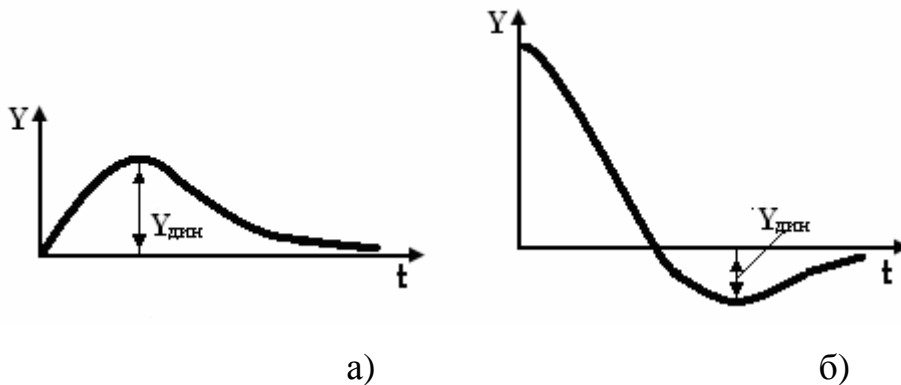


Рис. 4.5. До визначення максимального перерегулювання

У випадку рис. 4.5-б перерегулювання в області додатних значень відсутнє, але є екстремум в області від'ємних значень. Тут перерегулювання дорівнює ординаті в точці екстремуму (тобто співпадає з максимальним відхиленням регулюємої величини): $\Delta U = |Y_{дин}|$.

Частіше використовують термін відносне перерегулювання.

Відносне перерегулювання – це різниця максимального динамічного відхилення регулюємої величини в системі автоматичного регулювання і сталого значення, що виміряне у відсотках від сталого значення:

$$f = \frac{Y_{дин} - Y_{ст}}{Y_{ст}} \cdot 100\% .$$

Цей вираз справедливий для перехідних процесів, які викликані зміною задаючого впливу.

Якість вважають задовільною, якщо відносне перерегулювання не перевищує 30–40%. (В реальних системах перерегулювання зазвичай складає 10 – 30%). Для перехідних процесів, що викликані збуренням на вході об'єкту (рис. 4.6),

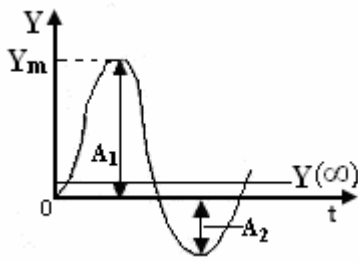


Рис. 4.6 До визначення перерегулювання

перерегулювання можна визначити як відношення другого (негативного) максимального відхилення A_2 до першого максимального відхилення A_1 :

$$d = \frac{A_2}{A_1} 100[\%].$$

5. Ступінь загасання перехідного процесу

До прямих показників якості відносять також ступінь загасання перехідного процесу. За цим показником судять про швидкість затухання коливальних складових. Вона визначається:

$$y = \frac{A_1 - A_3}{A_1} = 1 - \frac{A_3}{A_1},$$

де A_1 і A_3 – сусідні максимальні відхилення (амплітуди) одного знаку (рис. 4.7). Інтенсивність загасання коливань

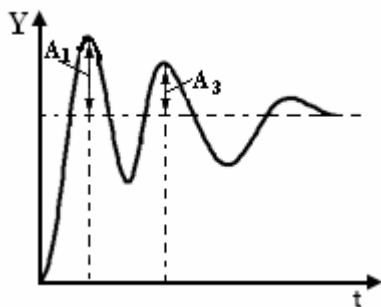


Рис. 4.7 До визначення ступені загасання перехідного процесу

вважається задовільною, якщо становить $y = 0,75 \dots 0,95$.

Для систем 2-го порядку існує однозначна залежність між ступенем загасання y і ступенем коливальності

$$m: y = 1 - e^{-2p \cdot m}.$$

Статична похибка регулювання

Статична похибка регулювання характеризує відхилення сталого значення регулюємої величини від заданого значення в кінці перехідного процесу (тобто у сталому режимі). В загальному випадку помилка складається з статистичної похибки системи $\Delta U_{стат}$ і динамічної похибки $\Delta U_{дин}$, яка накладається в перехідному процесі і зазвичай обумовлена наявністю зони нечутливості регулятора (для астатичних систем $\Delta U_{стат} = 0$).

$\Delta U_{уст} = \Delta U_{стат} + \Delta U_{дин}$. На рис. 4.8 показана статична похибка регулювання по каналах «завдання – вихід» і «збурення – вихід».

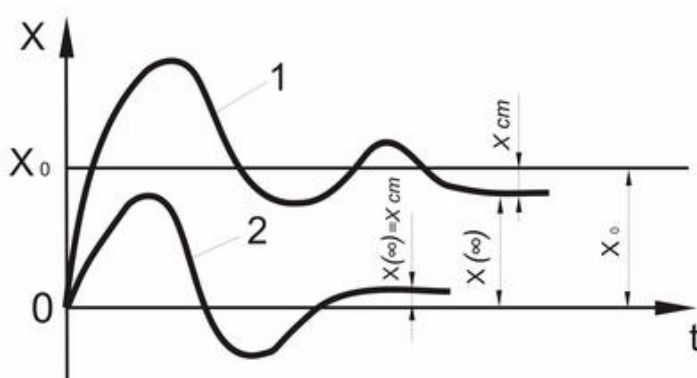


Рис . 4.8 До визначення статичної похибки регулювання

Використання функцій математичного пакета Mathcad

Відомо, що перехідну функцію $\varphi(t)$ можна отримати за допомогою зворотного перетворення Лапласа:

$$j(t) = L^{-1}\left[\frac{W_3(p)}{p}\right]$$

За зображенням вихідної величини $\bar{j} = \frac{W_3(p)}{p}$ визначається перехідна

характеристика системи $\varphi(t)$. Даний перехід здійснюється функцією **invlaplace**.

$$j(t) = \text{invlaplace}\{j(p)\} \text{ або } j(t) = \text{invlaplace}\{W(p) \cdot \text{laplace}(1(t))\}$$

Приклад 4.1.

До об'єкту з передавальною функцією $W(p) = \frac{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}$

підключений П-регулятор. Параметри передавальної функції об'єкту наступні: $k_1=1,2$; $k_2=0,6$; $k_3=0,85$; $T_1=1,1$; $T_2=1,6$; $T_3=1,4$. Визначено налаштування П-регулятора: $k_p=4,537$.

Побудувати перехідний процес в замкнутій системі (перехідну характеристику). Для побудови перехідного процесу застосуємо математичний пакет Mathcad. Лістинг з побудованою перехідною характеристикою наведений нижче.

Визначаємо p як символну змінну:

$$p := p$$

Задаємо параметри передавальної функції:

$$T1 := 1.1 \quad T2 := 1.6 \quad T3 := 1.4 \quad k1 := 1.2 \quad k2 := 0.6 \quad k3 := 0.85$$

Задаємо передавальну функцію об'єкта:

$$W_{ob} := \frac{k1 \cdot k2 \cdot k3}{(T1 \cdot p + 1) \cdot (T2 \cdot p + 1) \cdot (T3 \cdot p + 1)} \rightarrow \frac{0.612}{(1.1 \cdot p + 1) \cdot (1.4 \cdot p + 1) \cdot (1.6 \cdot p + 1)}$$

Задаємо визначений коефіцієнт підсилення П - регулятора k_p :

$$k_p := 4.53$$

Задаємо передавальну функцію регулятора:

$$W_{reg} := k_p$$

Задаємо передавальну функцію розімкненої системи:

$$W_{sys} := W_{ob} \cdot W_{reg}$$

Задаємо передавальну функцію замкненої системи:

$$W_z := \frac{W_{sys}}{1 + W_{sys}} \rightarrow \frac{2.7766666666666667664}{(1.1 \cdot p + 1) \cdot \left[\frac{2.7766666666666667664}{(1.1 \cdot p + 1) \cdot (1.4 \cdot p + 1) \cdot (1.6 \cdot p + 1)} + 1 \right] \cdot (1.4 \cdot p + 1) \cdot (1.6 \cdot p + 1)}$$

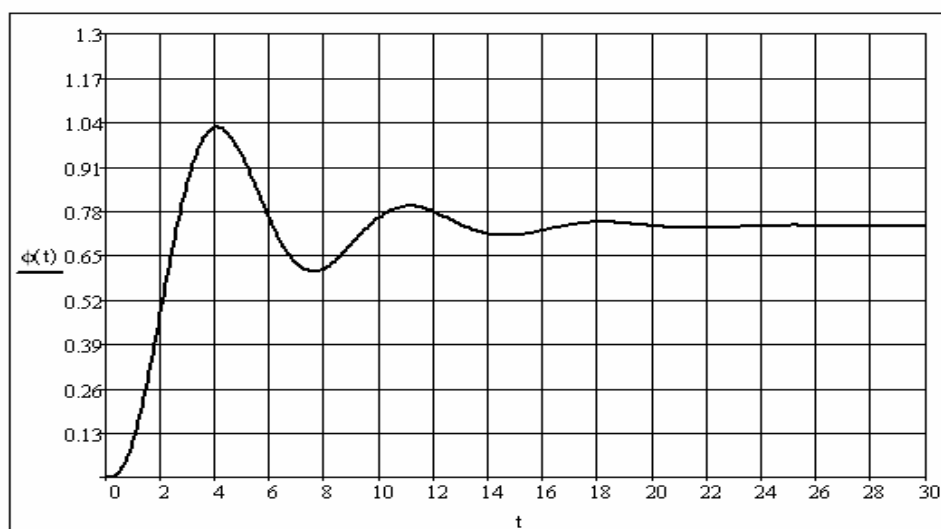
Визначаємо аналітичний вираз функції для побудови перехідної характеристики:

$$\phi(t) := W_z \cdot \frac{1}{p} \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace, } p \\ \text{float, 4} \end{array} \right. \rightarrow -4.724e-10 \cdot e^{-0.625 \cdot t} + 0.000006001 \cdot e^{-0.7143 \cdot t} + -0.1917 \cdot e^{-1.797 \cdot t} + -0.000001001 \cdot e^{-0.9091 \cdot t} + -0.5435 \cdot \cos(0.8955 \cdot t) \cdot e^{-0.2257 \cdot t} + -0.5216 \cdot \sin(0.8955 \cdot t) \cdot e^{-0.2257 \cdot t} + 0.7352$$

Задаємо інтервал зміни часу і крок зміни:

$$t := 0, 0.1.. 30$$

І будуюмо графік перехідної характеристики:



Всі функції **математичного пакета Mathcad**, а також приклади, що необхідні для виконання цієї лабораторної роботи, розглянуті в методичних вказівках до виконання домашньої контрольної роботи з дисципліни «Теорія автоматичного керування» [13] та в методичних вказівках до виконання

лабораторних робіт (частина1) з дисципліни «Теорія автоматичного керування» [14].

З метою більш поглибленого вивчення теоретичних основ даної лабораторної роботи рекомендується використати конспект лекцій з курсу та список рекомендованої літератури до даних методичних вказівок.

4.2. Опис лабораторних засобів та обладнання

Лабораторна робота виконується на персональному комп'ютері стандарту IBM PC під керуванням операційної системи MS Windows зі стандартним пакетом MS Office та математичним пакетом Mathcad.

4.3. Заходи безпеки під час виконання лабораторної роботи

Заходи безпеки, яких треба дотримуватись при виконанні даної лабораторної роботи, наведені у додатку А.

4.4. Послідовність виконання роботи

1. Згідно з отриманим варіантом завдання (передавальні функції об'єкту регулювання і двох регуляторів зі значеннями їх оптимальних налаштувань) виконати побудову графіків перехідних процесів із заданими регуляторами по каналу впливу – «завдання регулятора – вихід об'єкта регулювання» (наприклад, з використанням MS Excel).
2. Запрограмувати отримання перехідних процесів в замкнених системах регулювання в середовищі Mathcad.
3. За побудованими графіками перехідних процесів визначити прямі показники якості процесу регулювання при використанні різних регуляторів.
4. Виконати аналіз отриманих результатів і визначити, який з регуляторів забезпечить більш якісне регулювання заданим об'єктом.
5. Продемонструвати розрахунки і роботу програми викладачу.
6. Оформити протокол лабораторної роботи.

4.5. Обробка та аналіз результатів. Оформлення звіту

При оформленні звіту з лабораторної роботи до заздалегідь підготовленого протоколу (див. завдання до лабораторної роботи) додаються роздруковані аркуші з результатами виконаної роботи:

1. лістинг програми Mathcad з результатами розрахунків;
2. розрахунки та побудови у середовищі MS Excel.

Контрольні завдання та запитання

1. Поняття прямих показників якості перехідного процесу.
2. Поняття непрямих показників якості перехідного процесу.
3. Поняття про інтегральні показники якості перехідного процесу.
4. Поняття про частотні показники якості перехідного процесу.
5. Метод кореневого годографу.
6. Як визначається час перехідного процесу?
7. Як визначається характер перехідного процесу?
8. Як визначається максимальне динамічне відхилення?
9. Як визначається перерегулювання?
10. Відносне і абсолютне перерегулювання.
11. Як визначається степінь затухання перехідного процесу?
12. Як визначається похибка у статичному режимі?

Література

Основна

1. Остапенко Ю.О. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів керування: Підручник [Текст] / Ю.О.Остапенко.– К.: Задруга, 1999. – 424с.
2. Полоцкий Л.М. Автоматизация химических производств. Теория, расчет и проектирование систем автоматизации [Текст] / Л.М. Полоцкий, Г.И. Лапшенков. – М.: Химия, 1982. – 296 с.
3. Воронов А. А. Основы теории автоматического управления. Ч. 1.[Текст] / А. А. Воронов. М. – Л. : Энергия, 1965. – 396 с.
4. Гузенко А. И. Основы теории автоматического регулирования [Текст] / А. И. М. Гузенко. – М.: Высшая школа, 1967. – 408 с.
5. Ладиев Р.Я. Аналитические методы описания объектов управления с сосредоточенными параметрами. Ч. 1. [Текст] / Р.Я. Ладиев, Ю.А. Остапенко, А.И. Кубрак, М.З. Кваско. – К.: ЛФОР КПИ, 1973. – 134 с.
6. Перов В.Л. Основы теории автоматического регулирования химико-технологических процессов [Текст] / В.Л. Перов. – М.: Химия, 1970. – 352 с.
7. Экспериментальное определение динамических характеристик объектов управления [Текст] / Балакирев В.С. и др. – М.: Энергия, 1967. – 232 с.
8. Гурский Д. А. Вычисления в Mathcad 12 [Текст] / Д. А. Гурский, Е. С. Турбина. – СПб.: Питер, 2006. – 544 с.
9. Лазарева Т.Я. Основы теории автоматического управления: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. [Текст] / Т.Я. Лазарева, Ю.Ф. Мартемьянов. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. – 352 с.
10. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. [Текст] / А.А. Ерофеев. – СПб.: Политехника, 2003.–302 с.
11. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы: Учебное пособие. [Текст] / И.В. Мирошник. – СПб.: Питер, 2005.–336 с.
12. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем Изд. 3-е, перераб. и доп. [Текст] / Н.Н. Иващенко.–М.: Машиностроение, 1973. – 606 с.
13. Теорія автоматичного керування: методичні вказівки і завдання до виконання домашньої контрольної роботи та самостійної роботи для студентів напряму підготовки 6.050202 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Автори: Бондаренко С.Г., Сангінова О.В. – К.: НТУУ "КПІ", 2013. – 108 с.
14. Теорія автоматичного керування: методичні вказівки до виконання

лабораторних робіт та самостійної роботи з дисципліни «Теорія автоматичного керування» для студ. напр. підг. 6.050202 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Ч. 1 / Автори: С.Г. Бондаренко, О.В. Сангінова – К.: НТУУ "КПІ", 2013.– 109 с.

Додаткова

15. Теория автоматического управления: учеб. для вузов по спец. «Автоматика и телемеханика». В 2-х ч. Ч.1: Теория линейных систем автоматического управления 2-е изд., перераб. и доп. [Текст] / под ред. А.А. Воронова. – М.: Высш. шк., 1986. – 367 с.
16. Автоматическое управление в химической промышленности [Текст] / под ред. Е.Г. Дудникова. – М., Химия, 1987.– 368 с.
17. Кафаров В. В. Математическое моделирование основных процессов химических производств: Уч. пособие. [Текст] / В. В. Кафаров, М. Б. Глебов – М.: Высшая школа, 1991. – 400 с.
18. Медведев Ю. И. Курс лекций по теории автоматического управления. Ч. 1: Учебное пособие. [Текст] / Ю. И. Медведев. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 2004. – 110 с.
19. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Т.1. Линейные системы. [Текст] / Д.П. Ким. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
20. Иващенко И.И. Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем. [Текст] / И.И. Иващенко. –Л.: Машгиз, 1958. – 532с.

Заходи безпеки під час виконання лабораторних робіт

Цикл лабораторних робіт з дисципліни «Теорія автоматичного регулювання» виконуються в комп'ютерному класі кафедри кібернетики хіміко-технологічних процесів хіміко-технологічного факультету, де розміщені персональні комп'ютери. Обладнання живиться електричним струмом напругою 220 В. Тому при виконанні лабораторних робіт слід дотримуватися заходів безпеки наступних інструкцій.

Студенти повинні знати та ретельно виконувати «Загальні правила техніки безпеки в НТУУ «КПІ», про що вони ставлять свій підпис у відповідному контрольному листі з техніки безпеки перед початком проведення циклу лабораторних робіт. Студенти, які не пройшли інструктаж і не поставили підпис у контрольному листі, до роботи не допускаються.

ІНСТРУКЦІЯ

з техніки безпеки при навчанні студентів на ПЕОМ в учбових лабораторіях кафедри кібернетики хіміко-технологічних процесів хіміко-технологічного факультету

1. Знання і суворе дотримання цих правил є обов'язковим для всіх осіб, допущених до роботи на ПЕОМ. Доведення їх до кожного зі студентів підтверджується особистим підписом кожного з них у контрольному листі з техніки безпеки. Особи, які не одержали такого інструктажу та не поставили підпис у контрольному листі з техніки безпеки, до роботи на ПЕОМ не допускаються.
2. Всі роботи в учбових лабораторіях кафедри кібернетики ХТП проводяться лише з дозволу викладача або співробітника кафедри.
3. Під час проведення занять в учбовій лабораторії не повинні знаходитися сторонні особи, в тому числі студенти інших груп. Студенти не повинні самовільно залишати учбову лабораторію під час занять.
4. При роботі на ПЕОМ треба пам'ятати, що в них використовується напруга, небезпечна для життя.

5. Всі особи, працюючі в учбових лабораторіях кафедри КХТП повинні бути ознайомлені з правилами надання першої медичної допомоги при ураженні електричним струмом.
 6. Перед вмиканням ПЕОМ кожен з працюючих повинен отримати дозвіл викладача або співробітника кафедри.
 7. У випадках виникнення короткого замикання, горіння, диму, вогню в апаратурі, пристрій необхідно негайно вимкнути з мережі та доповісти викладачеві або співробітникові кафедри. Самостійні дії по усуненню пошкодження забороняються.
 8. У випадку виходу з ладу обладнання або програмного забезпечення, що зумовлені іншими причинами, доповісти викладачеві або співробітникові кафедри. Вимикати апаратуру при цьому не дозволяється. Самостійні дії по усуненню пошкодження забороняються.
 9. Працюючі в учбових лабораторіях кафедри кібернетики ХТП несуть майнову та адміністративну відповідальність за збереження та використання обладнання, наданого для їх праці.
 10. Категорично забороняється:
 - самостійно вмикати та вимикати тумблери на щитку електроживлення;
 - несанкціоновано вмикати електрообладнання;
 - приносити та вмикати своє обладнання та пристрої, встановлювати власне програмне забезпечення;
 - залишати без нагляду увімкнені пристрої та лабораторію;
 - пересувати обладнання та комплектуючі;
 - підключати та відключати інформаційні кабелі та кабелі живлення;
 - використовувати власні носії інформації без дозволу викладачів або співробітників кафедри;
 - знаходитись в учбовій лабораторії у верхньому одязі.
- Після закінчення занять обладнання не вимикається. Робоче місце має бути прибрано працюючим та перевірене викладачем чи співробітником кафедри.

ІНСТРУКЦІЯ

про міри пожежної безпеки у лабораторіях, учбових та робочих приміщеннях кафедри кібернетики хіміко-технологічних процесів хіміко-технологічного факультету

1. Всі студенти повинні знати та ретельно виконувати «Загальні правила пожежної безпеки в НТУУ «КП»».
2. Завідуючий кафедрою та завідуючий лабораторією відповідають за забезпечення пожежної безпеки всіх приміщень кафедри та за справність протипожежного обладнання та сигналізації.
3. Все електричне обладнання, яке знаходиться в лабораторіях та приміщеннях кафедри, повинно мати заземлення.
4. В усіх приміщеннях повинно дотримуватись чистоти, не займати приміщення непотрібними меблями, обладнанням та матеріалами.
5. Всі двері основних та додаткових виходів утримувати у стані швидкого відкривання.
6. Зберігання та використання горючих та легкоспалахуючих рідин у приміщеннях кафедри забороняється.
7. Ремонт електричного обладнання проводити у строгій відповідності з правилами пожежної безпеки.
8. Всі електрозахисти повинні знаходитися у закритому положенні, не займаними сторонніми предметами.
9. Коридори, проходи, тамбури, евакуаційні виходи та підходи до першочергових засобів пожежогасіння, а також комунікаційні ніші повинні бути постійно вільними, чистими та нічим не зайнятими.
10. Відповідальні особи перед закриттям приміщень повинні ретельно оглянути їх, забезпечити прибирання виробничих відходів, перевірити якість перекриття води, газу, відключити напругу електромережі, перевірити стан пожежної сигналізації та засобів пожежогасіння.
11. Від усіх приміщень мати два комплекти ключів. Один комплект здавати черговому, а інший - зберігати в певному місці, яке відомо обслуговуючому персоналу.